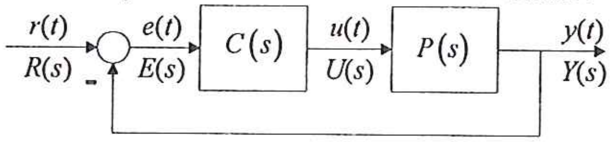
MEGOLDÁSOKKAL

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A CSOPORT

2015.10.20. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



A folyamat átviteli függvénye $P(s)=\frac{4}{s}$, a szabályozó átviteli függvénye: $C(s)=\frac{4(1+s)}{s}$. **[4 pont]**

a./ Adja meg a felnyitott kör átviteli függvényét és ábrázolja közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagramját. Adja meg a fázisszög analitikus kifejezését.

b./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

c./ Határozza meg a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvényét az r és az y jelek között. Egységugrás alapjelre lesznek-e lengések a kimenőjelben? Válaszát indokolja!

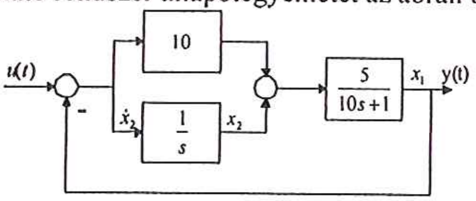
d./ Egységugrás alapjelre adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, $u(0)=?$ $u(t\to\infty)=?$

2. Írja fel az állapotegyenlet alakját és adja meg megoldását az időtartományban! **[4 pont]**

$A=\begin{bmatrix}-0.1 & 0\\ 0 & -0.2\end{bmatrix}$; $x(0)=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$; $u(t)=0$. Adja meg az állapotváltozók értékét a $t=10$ időpontban!

3. Adja meg a zavarkompenzációs szabályozás hatásvázlatát! Mikor alkalmazható, hogyan tervezendő a zavarkompenzációs szabályozó? **[3 pont]**

4. Írja fel az ábrán látható rendszer állapotegyenletét az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



(Segítség: a tárolós tagot valósítsa meg visszacsatolt integrátor segítségével.) **[4 pont]**

Adja meg az állapotirányíthatóság, a kimeneti irányíthatóság és a megfigyelhetőség fogalmát. Állapotirányítható illetve kimeneti irányítható és megfigyelhető-e a rendszer? Válaszát indokolja!

5. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{2}{1+0.5s}e^{-0.1s}$. Bemenőjele $u=\sin(2t)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét kvázistacionárius állapotban. **[3 pont]**

6. Egy felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye $L(s)$. Adja meg a karakterisztikus egyenlet kifejezését. Hogyan befolyásolják a karakterisztikus egyenlet gyökei a zárt rendszer kimenőjelének tranzienseit? **[4 pont]**

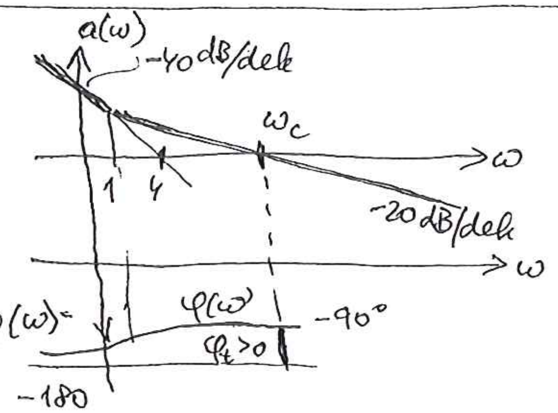
7. Adja meg egy szabályozási rendszer belső stabilitásának definícióját. **[4 pont]**

8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\frac{1}{1+15s}e^{-6s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\frac{1}{1+5s}$ és $R_n(s)=\frac{1}{1+2s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2015. 10. 15.

A csoport MEGOLDÁSOK A ①

1.) $P(s) = 4/s$; $C(s) = \frac{4(1+s)}{s}$;



a.) $L(s) = C(s) \cdot P(s) = 16 \frac{1+s}{s^2}$

$\varphi(\omega) = -180° + \operatorname{arctg} \omega$

b.) Stabilis (strukturálisan).

$\varphi_t > 0$

(Nyquist : 

A -1 pont a görbétől balra esik.)

c.) $\frac{y(s)}{r(s)} = T(s) = \frac{L}{1+L} = \frac{16 \frac{1+s}{s^2}}{1+16\frac{1+s}{s^2}} = \frac{16(1+s)}{s^2+16s+16}$; 

A nevező gyökei: $s_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{256-64}}{2}$; valósak, aperiodikus tranziensek, nem lesznek lengések.

d.) $u(t \to \infty) = 0$ Állandósult állapotban az integráló szakasz bemenetén a konstans értéket 0 bemenet tartja fenn.

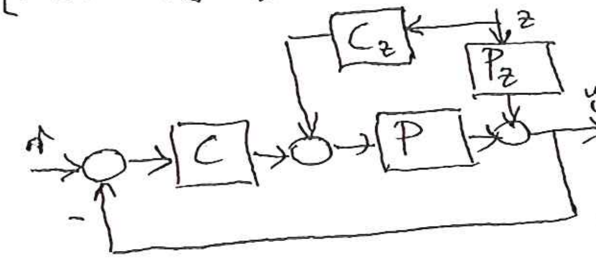
$u(t=0) = 4$ A $t=0$-ban a szabályozó bemenete 1, kimenete 4.

2.) $\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T X(t) + du(t) \end{cases}$ A megoldás: $X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} b u(\tau) d\tau$

A kezdeti feltételek hatása:

$$\begin{bmatrix} x_1(t=10) \\ x_2(t=10) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-0.1\cdot 10} & 0 \\ 0 & e^{-0.2\cdot 10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-1} \\ 2e^{-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3679 \\ 0.2707 \end{bmatrix}$$

3.)



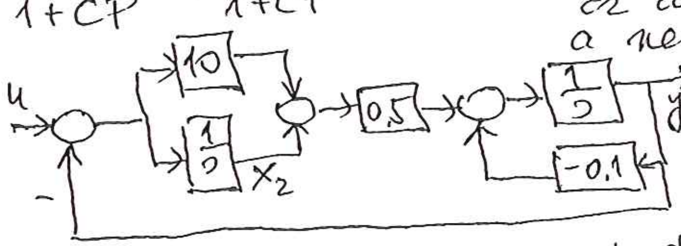
Akkor alkalmazható, ha a zavarás mérhető.

A zavarás hatása teljesen kiküszöbölhető, ha

$$\frac{P_z}{1+CP} + \frac{C_z P}{1+CP} = 0 \Rightarrow P_z + C_z P = 0 \Rightarrow C_z = -\frac{P_z}{P}$$

Ez akkor realizálható, ha a nevező fokszáma ≥ a számláló fokszámánál.

4.)



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.1 & 0.5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} u; \quad y = x_1$$

Megfigyelhető a rendszer, ha a kimenőjelből egymástól függetlenül vissza lehet következtetni az állapotváltozók kezdeti értékeire

Állapotirányítható a rendszer, ha a bemenőjellel az állapotváltozókat kezdeti értékükről el lehet mozdítani előre megadott végértékükre egymástól függetlenül.

Kimeneti irányítható a rendszer, ha a bemenőjellel a kimenőjelét el lehet mozdítani kezdeti értékéről előre megadott végértékére.

A (2)

Kalman-féle vizsgálat:

$$M_c = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 5 & -25 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$$

A oszlopok nem függetlenek. Nem állapotirányítható a rendszer (rank $M_c = 1$) ($\det M_c = 0$)

$$c^T M_c = [1 \quad 0]\begin{bmatrix} 5 & -25 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} = [5 \quad -25]$$

rangja 1, kimeneti irányítható.

$$M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -5.1 & 0.5 \end{bmatrix}; \quad \det M_o = 0.5 \neq 0, \text{ megfigyelhető.}$$

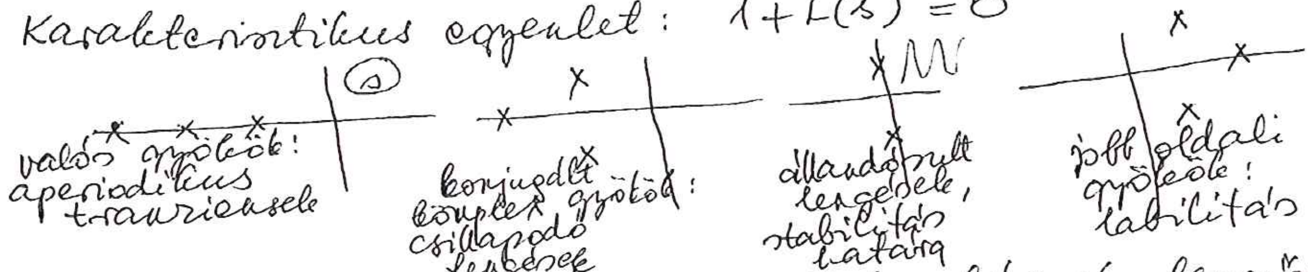
5.) $$|P(j\omega)| = \left.\frac{2}{\sqrt{1+0.25\omega^2}}\right|_{\omega=2} = \frac{2}{\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.41$$

$$\varphi_1 = -\mathrm{arctg}(0.5\cdot 2) = -45°$$

$$\varphi = \varphi_1 - 0.1\cdot 2\cdot 180/\pi = -45° - 0.2\cdot 57.3° = -45° - 11.46° = -56.46°$$

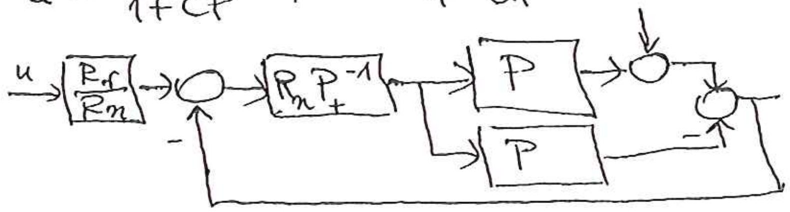
$$y(t) = 1.41 \sin(2t - 56.46°)$$

6.) Karakterisztikus egyenlet: $1 + L(s) = 0$



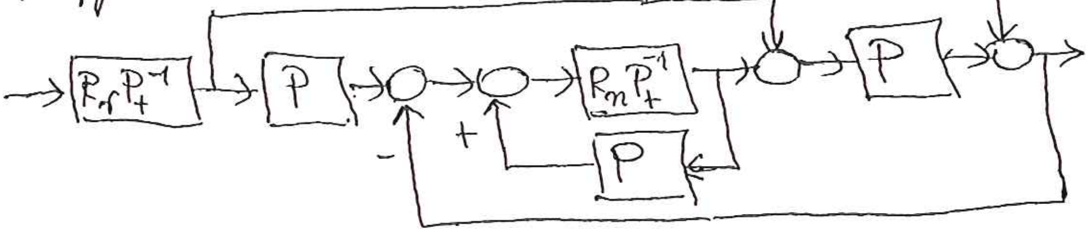
7.) Belső stabilitás: A szabályozási körben bármely bemenőjelre a kimenőjel és valamennyi belső fel stabilan válaszol, $\frac{CP}{1+CP}$, $\frac{P}{1+CP}$, $\frac{C}{1+CP}$, $\frac{1}{1+CP}$ mind stabilak. (Nem ejthetünk ki labilis pólust.)

8.) $$Q = \frac{C}{1+CP}; \quad C = \frac{Q}{1-QP}$$



$$C = \frac{R_n P_+^{-1}}{1 - R_n P_+^{-1} \cdot P}$$

vagy



$$P = \frac{1}{1+15s} e^{-6s}; \quad R_r = \frac{1}{1+5s}; \quad R_n = \frac{1}{1+2s}.$$

$$P_+ = \frac{1}{1+15s}; \quad P_- = e^{-6s};$$

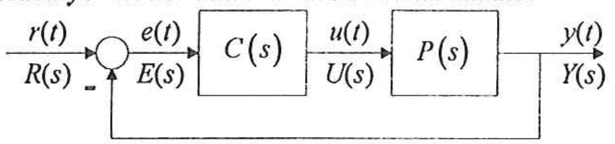
$$R_n P_+^{-1} = \frac{1+15s}{1+2s}; \quad R_r P_+^{-1} = \frac{1+15s}{1+5s}; \quad \frac{R_r}{R_n} = \frac{1+2s}{1+5s}.$$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B CSOPORT

2015.10.20. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



A folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{s(1+0.5s)}$, a szabályozó átviteli függvénye: $C(s)=2\dfrac{1+0.5s}{1+0.1s}$. **[4 pont]**

a./ Adja meg a felnyitott kör átviteli függvényét és ábrázolja közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagramját. Jelölje be az ábrán a fázistöbbletet. Adja meg a fázistöbblet analitikus kifejezését. Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

b./ Határozza meg a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvényét az r és az y jelek között. Egységugrás alapjelre lesznek-e lengések a kimenőjelben?

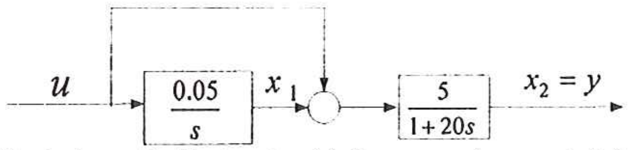
c./ Egységugrás alapjelre adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, $u(0)=?$ $u(t\to\infty)=?$

d./ Mekkora állandósult hibával követi a kimenőjel az egységugrás és a sebességugrás alakú alapjelet?

2. Írja fel az állapotegyenlet alakját. Adja meg az állapotegyenlet transzformálását megadó hasonlósági transzformáció összefüggéseit. Hogyan kell megadni a transzformációs mátrixot a kanonikus átalakításhoz? **[3 pont]**

3. Adja meg a kaszkád szabályozás hatásvázlatát. Mikor alkalmazható, melyek az előnyei a hagyományos szabályozási struktúrával összehasonlítva? **[3 pont]**

4. Írja fel az ábrán látható rendszer állapotegyenletét az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



(Segítség: a tárolós tagot valósítsa meg visszacsatolt integrátor segítségével.) Állapotirányítható, kimeneti irányítható és megfigyelhető-e a rendszer? Válaszát indokolja! **[4 pont]**

5. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{2}{s}e^{-T_h s}$. A szabályozási körben egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Mekkora T_h holtidőnél kerül a szabályozás a stabilitás határhelyzetébe? **[4 pont]**

6. Egy kéttárolós lengő tag differenciálegyenlete $T^2\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+2\xi T\dfrac{dy(t)}{dt}+y(t)=Au(t)$. Adja meg a tag átviteli függvényét és pólusait $\xi<1$ esetén. Ábrázolja az átmeneti függvény időbeli lefolyásának jellegét. Rajzolja fel BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját és határozza meg az amplitúdó értékét az $\omega=1/T$ körfrekvencián. **[4 pont]**

7. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját. Mikor van a gyökhelygörbének szakasza a valós tengelyen? A felnyitott kör átviteli függvénye: $L(s)=\dfrac{k}{s(1+0.1s)}$. Ábrázolja a gyökhelygörbét. **[4 pont]**

8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+60s}e^{-15s}$.

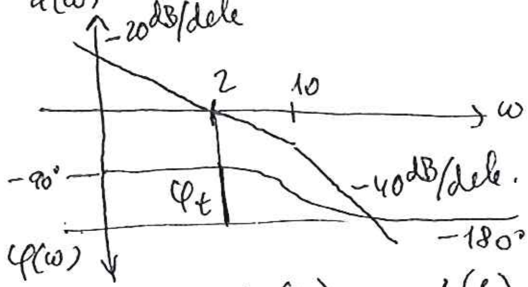
Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+8s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+4s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2015. 10. 20.

B csoport. MEGOLDÁSOK (B1)

1.) $P(s) = \dfrac{1}{s(1+0.5s)}$; $C(s) = 2\,\dfrac{1+0.5s}{1+0.1s}$

a.) $L(s) = C(s)\cdot P(s) = \dfrac{2}{s(1+0.1s)}$



$\varphi_t = 180° - 90° - \mathrm{arctg}\, 0.1\cdot\omega_c$

$\varphi_t > 0$ A kör strukturálisan stabilis.

b.) $T(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)} = \dfrac{L(s)}{1+L(s)} = \dfrac{\frac{2}{s(1+0.1s)}}{1+\frac{2}{s(1+0.1s)}} = \dfrac{2}{0.1s^2+s+2}$

$s_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1-0.8}}{0.2}$ valós gyökök, nem lesznek lengések, aperiodikus lesz a beállás

c.) $u(t\to\infty) = 0$ (Integráló tag kimenetén konstans jelet zérus bemenőjel tart fenn.)

$u(t=0) = 10$

d.) 1 típusú rendszer, az 1(t) alapjelet 0 hibával, a t1(t) alapjelet $1/K = 1/2 = 0.5$ hibával követi.

2.) $\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + bu(t) \\ y(t) = c^T X(t) + du(t) \end{cases}$

$\tilde{X} = TX$; $X = T^{-1}\tilde{X}$

$T^{-1}\dot{\tilde{X}} = AT^{-1}\tilde{X} + bu$

$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = TAT^{-1}\tilde{X} + Tbu \\ y = c^T T^{-1}\tilde{X} + du \end{cases}$

Tehát: $\tilde{A} = TAT^{-1}$

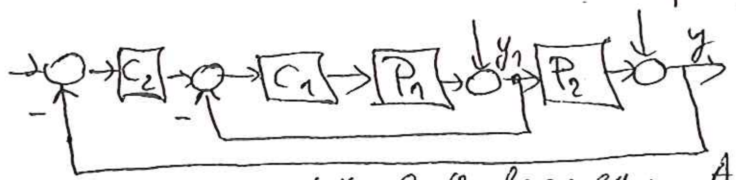
$\tilde{b} = Tb$

$\tilde{c}^T = c^T\tilde{X}$

$\tilde{d} = d$

$\tilde{A} = TAT^{-1}$ diagonális lesz, ha T^{-1} oszlopvektorai az A saját-vektorai

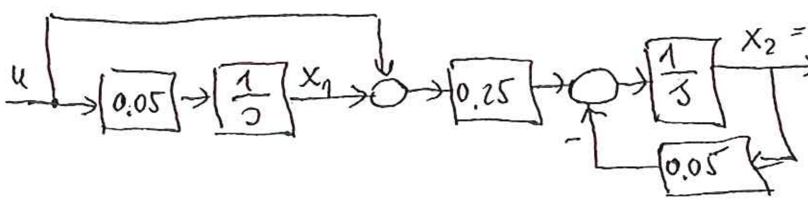
3.)



Egymásba ágyazott szabályozási körök.

Az y_1 mérhető kell legyen. A C_1 szabályozót a belső zavarás gyors elhárítására kell tervezni. A C_2 szabályozónak kell biztosítania a pontos alapjelkövetést és a külső zavarás elhárítását. Akkor hatásos, ha P_2 tartalmazza a nagy időállandókat és holtidőt.

4.)



$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.25 & -0.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.25 \end{bmatrix} u$

$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0\cdot u$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2015. 10. 20 B2

B csoport MEGOLDÁSOK

$M_c = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}$ $\det M_c = 0$ Nem állapotirányítható

Irányíthatósági hipermátrix

$c^T M_c = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix} = [0.25 \quad 0]$ Rangja 1, kimeneti irányítható

Megfigyelhetőségi hipermátrix:

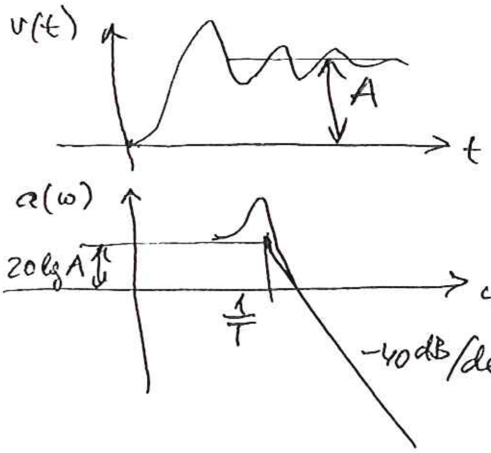
$M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.25 & -0.05 \end{bmatrix}$ $\det M_o \neq 0$ Megfigyelhető.

5.) $-\frac{\pi}{2} - \omega_c T_h = -\pi$ $\quad |P(j\omega_c)| = 1 = \frac{2}{\omega_c} = \frac{4T_h}{\pi}$

$\omega_c T_h = \frac{\pi}{2}$

$\omega_c = \frac{\pi}{2T_h}$ $\quad \boxed{T_h = \frac{\pi}{4}}$

6.) $P(s) = \frac{A}{1 + 2\xi T s + s^2 T^2}$

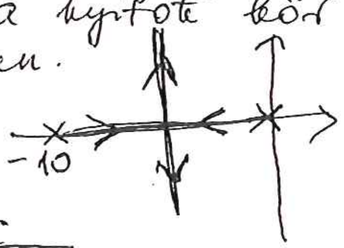


$s_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$

$|P(j\omega)| = \frac{A}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}}$

$|P(j\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = \frac{A}{2\xi}$

7.) A gyökhelygörbe megadja a zárt kör pólusainak (a karakterisztikus egyenlet gyökeinek) alakulását, miközben a nyitott kör valamelyik paramétere (rendszerint a hurokerősítés) 0 és ∞ között változik. A valós tengelyen ott van szakasza, ahol az adott ponttól jobbra a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege páratlan.



$R_n P_+^{-1} = \frac{1+60s}{1+4s}$; $R_r P_+^{-1} = \frac{1+60s}{1+8s}$; $\frac{R_r}{R_n} = \frac{1+4s}{1+8s}$

8.) $Q = \frac{C}{1+CP}$

A hatásvázlatot lásd az A. csoportnál.

$P = \frac{1}{1+60s} e^{-15s}$; $R_r = \frac{1}{1+8s}$; $R_n = \frac{1}{1+4s}$; $P_+ = \frac{1}{1+60s}$; $P_- = e^{-15s}$