

VIK A2 Matematika,

2. Vizsgadolgozat

2014. június 5.

A zárthelyi írásakor semmilyen segédeszköz nem használható. Minden feladat 10 pontot ér. Rendelkezésre álló idő: 90 perc. **A dolgozatra a néven, Neptun kódon kívül, írják rá a gyakorlatvezetőjük nevét és a gyakorlat kurzuskódját!** Jó munkát!

1. Határozza meg az alábbi függvények 0 körüli Taylor-sorát, és a sorok konvergenciaterületét!

$$(a) \quad f(x) = \frac{1}{1+2x} \quad (b) \quad g(x) = \frac{1}{(1+2x)^2}$$

2. Hol vannak és milyen típusúak $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ függvény lokális szélsőértékei? Határozza meg f abszolút szélsőértékeit a

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 2], y \in [0, 2]\}$$

tartományon!

3. Írja fel az $f(x) = |\sin x|$ függvény Fourier-sorát! Hol állítja elő a Fourier-sor a függvényt?

4. Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Folytonos-e f az origóban?
- (b) Számolja ki f parciális deriváltjait, ahol léteznek!
- (c) Deriválható-e f az origóban?

5. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, és $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Van-e olyan $x \in \mathbb{R}^2$, melyre $Ax = b$ teljesül? Invertálható-e A^{100} ? Ha igen, adjuk meg $(A^{100})^{-1}$ sajátértékeit és sajátvektorait!