Jelek és rendszerek 2. (VIHVA200) *2014. 01. 21.*

Név (nyomtatott nagybetűkkel):	Pont	Javító
Neptun-kód:		
Aláírás		

Csak a végeredményt értékeljük. Kérjük a végeredményt közvetlenül a kérdés szövege alá írja! (A jó válasz 1 pontot ér.)

1. Egy párhuzamos RL-tag periodikus árama: $i(t) = [5 + 10\sqrt{2}\cos(\omega_0 t + \pi/4)]mA$, $\omega_0 = 4krad/s$, $R = 2k\Omega$, $L = 0,5H$. Számítsa ki a kétpólus feszültségének időfüggvényét!

   $u(t) = [20\cos(\omega_0 t + \pi/2)]V \qquad ([-20\sin\omega_0 t]V)$

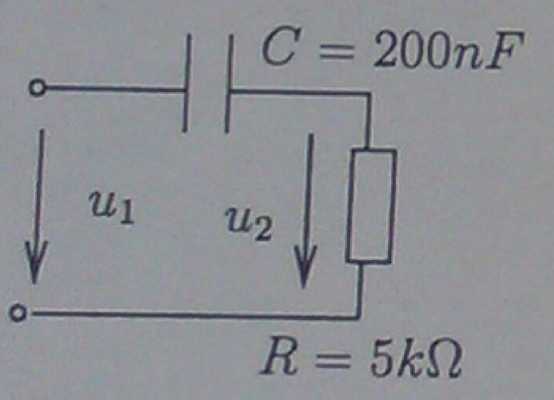
2. Adja meg az előző feladatban szereplő periodikus áram komplex Fourier-sorát!

   $i(t) = \left(5\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}e^{-j\omega_0 t} + 5 + 5\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}e^{j\omega_0 t}\right) mA$

3. Adja meg $y(t) = \int_0^t e^{-\alpha\tau}x(t-\tau)d\tau$ jel Fourier-transzformáltját, ha az $x(t)$ belépő jel Fourier-transzformáltja $X(j\omega)$!

   $\mathrm{F}\{y(t)\} = \dfrac{X(j\omega)}{j\omega + \alpha}$

4. Egy soros RC-tag által reprezenttált rendszer gerjesztése az u_1 feszültség, válasza az u_2 feszültség. Határozza meg a rendszer átviteli függvényét olyan normálalakban, amelyben az s változó mértékegysége ms^{-1}!



   $H(s) = \dfrac{s}{s+1}$

5. Egy folytonos idejű kauzális rendszer $u(t) = \varepsilon(t)Ae^{\alpha t}$ gerjesztőjelre adott válasza $y(t) = \varepsilon(t)e^{\beta t}$. Adja meg a rendszer átviteli függvényének pólusait és zérusait!

   poles: β zeros: α

6. Egy folytonos idejű rendszer ugrásválasza ($\varepsilon(t)$ gerjesztésre adott válasza) $10\varepsilon(t)e^{-2t}$. Hány dB az átviteli együttható értéke nagyon nagy frekvenciákon?

   $H(\infty) \simeq$ 20 dB

7. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye $H(s) = \dfrac{s^2 + as + b}{s^2 + 2s + 6}$. Az a és b paraméter mely értékei mellett mindentáteresztő ez a rendszer?

   $a = -2$ $b = 6$

8. Egy diszkrét idejű rendszer az állapotváltozós leírásával adott: $x[k+1] = 0,9x[k] + u[k]$, $y[k] = -x[k] + 2u[k]$. Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban!

   $H(z) = \dfrac{2 - 2,8z^{-1}}{1 - 0,9z^{-1}}$

9. Határozza meg a z-transzformáltját az $x[k] = 5 \cdot 0,4^{|k|}$ diszkrét idejű páros jelnek!

   $X(z) = \dfrac{5}{1 - 0,4z^{-1}}$

10. Határozza meg a fázisspektrumát az $x[k] = 5 \cdot 0,4^{|k|}$ diszkrét idejű páros jelnek!

    $\varphi(\vartheta) = 0$

11. Adja meg az $x[k] = 10 + 20\cos(0,3\pi k + 0,1\pi)$ periodikus diszkrét idejű jel periódusát (periódushosszát)!

    $L = 20$

12. Egy rendszer rendszeregyenlete $y[k] - 0,5y[k-1] = 2u[k]$. Határozza meg e rendszer válaszának időbeli átlagát, ha a gerjesztése az előző feladatbeli periodikus diszkrét idejű jel!

    $Y_0 = 40$

13. Egy diszkrét idejű rendszer átviteli függvénye $H(z) = \dfrac{(1 - 0,5z^{-1})^2}{1 - pz^{-1}}$. A p paraméter mely értékei mellett véges impulzusválaszú ez a rendszer? (Az összes lehetséges értéket sorolja fel!)

    $p = 0$ or $p = 0,5$. (0,5 points for only one perfect value)

14. Mekkora a maximális frekvenciaelhajlása/eltérése az $s_{FM}(t) = 100\cos(\omega_c t + 4\sin(\omega_m t))$ frekvenciamodulált jelnek? ($\omega_c = 2\pi \cdot 10MHz$, $\omega_m = 2\pi \cdot 1kHz$)

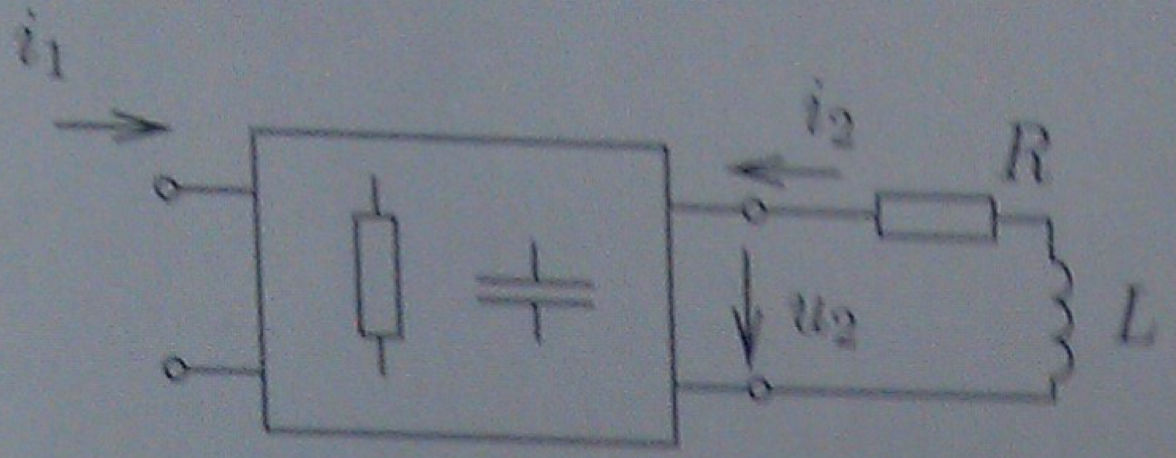
    $f_D = 4kHz$

15. Határozza meg az $s_{FM}(t) = 100\cos(\omega_c t + 4\sin(\omega_m t))$ frekvenciamodulált jel sávszélességét! ($\omega_c = 2\pi \cdot 10MHz$, $\omega_m = 2\pi \cdot 1kHz$)

    $B = 10kHz$

Correction

1st problem



Among the components inside of the two-port there are only: resistors and a capacitor of positive parameters (resistances and capacitance), the output side termination of the two-port is a series RL two pole ($R = 2k\Omega$, $L = 400mH$). The input signal and the response of the system represented by that network are the $i_1(t)$ input current and the $u_2(t)$ output voltage of the loaded two-port, respectively. The impulse response of that system is known as $h(t) = \varepsilon(t)\left[8e^{-\alpha t}\cos((\beta t))\right](\mu F)^{-1}$.

(A) Find the transfer function, write it in normal form and give the poles and zeros of the system! *(2points)*

(B) What can you conclude for the values of the parameters α and β on the basis of components of the network which represents the system? *(1 point)*

(C) The transfer function of the system at some values of the α and β is $H(s) = \frac{8s+16}{s^2+4s+8}k\Omega$, $[s] = 1ms^{-1}$. The input signal is the periodic current, for which $i_1(t) = 10[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 0,5\pi\ ms)]mA$, if $0 < t < \pi\ ms$, and for any t: $i_1(t + \pi\ ms) = i_1(t)$.

(a) Find the constant component and the base harmonic of the response signal! *(3,5 points)*

(b) Find the constant component and the base harmonic of $i_2(t)$ two-port output current! *(1 point)*

Solution

(A) $H(s) = \mathbf{L}\left\{4e^{(-\alpha+j\beta)t} + 4e^{(-\alpha-j\beta)t}\right\} = \frac{4}{s+\alpha-j\beta} + \frac{4}{s+\alpha+j\beta}$ *(1 point)*

$H(s) = \frac{4(s+\alpha+j\beta)+4(s+\alpha-j\beta)}{s^2+s(\alpha+j\beta+\alpha-j\beta)+\alpha^2+\beta^2}$

The transfer function in normal form is: $H(s) = \dfrac{8s+8\alpha}{s^2+2\alpha s+\alpha^2+\beta^2}$ *0,5 points*

$z = -\alpha$ $\quad p_{12} = -\alpha \pm j\beta$ *(0,5 points)* **(2 points)**

(B) All components are passive $\Rightarrow$ the system is asymptotically stable $\Rightarrow$ the system is BIBO stable $\Rightarrow Re\{p_{12} < 0 \Rightarrow \alpha > 0$

There is not conclusion for β. **(1 point)**

(C) (a) $\omega_0 = \frac{2\pi}{\pi} = 2krad/s$. $I_0^C = I_0 = 5mA$. *(1 point)*

$I_1^C = \frac{10}{\pi}\int_0^{0,5\pi} e^{-j2t}dt = \frac{10j}{2\pi}\left[e^{-j2t}\right]_0^{0,5\pi} = \frac{5j}{\pi}(-1-1) = -\frac{10}{\pi}j$

In first order polynomial approximation:

$i_1(t) = \left[5 + \frac{20}{\pi}\cos\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)\right] mA$ *(1 point)*

$6,37 \quad \sin 2t$

$H(j\omega) = \frac{8j\omega+16}{(j\omega)^2+4j\omega+8}$, $\quad H(j\omega)|_{\omega=0} = 2$, $\quad H(j\omega)|_{\omega=2} = \frac{16+j16}{4+j8} = 2,5298e^{-j0,3218}$

(1 point) $(-18,4349^o)$

$u_2(t) = [10 + 16,106\cos(2t - 1,893)$ $(-108,43^o)$ *(0,5 points)* **3,5 points**

(b) $Z_{RL} = R + j\omega L$, $\quad Z_{RL}|_{\omega=0} = 2k\Omega$, $\quad Z_{RL}|_{\omega=2} = 2 + j0,8 = 2,1541e^{j0,3805}k\Omega$

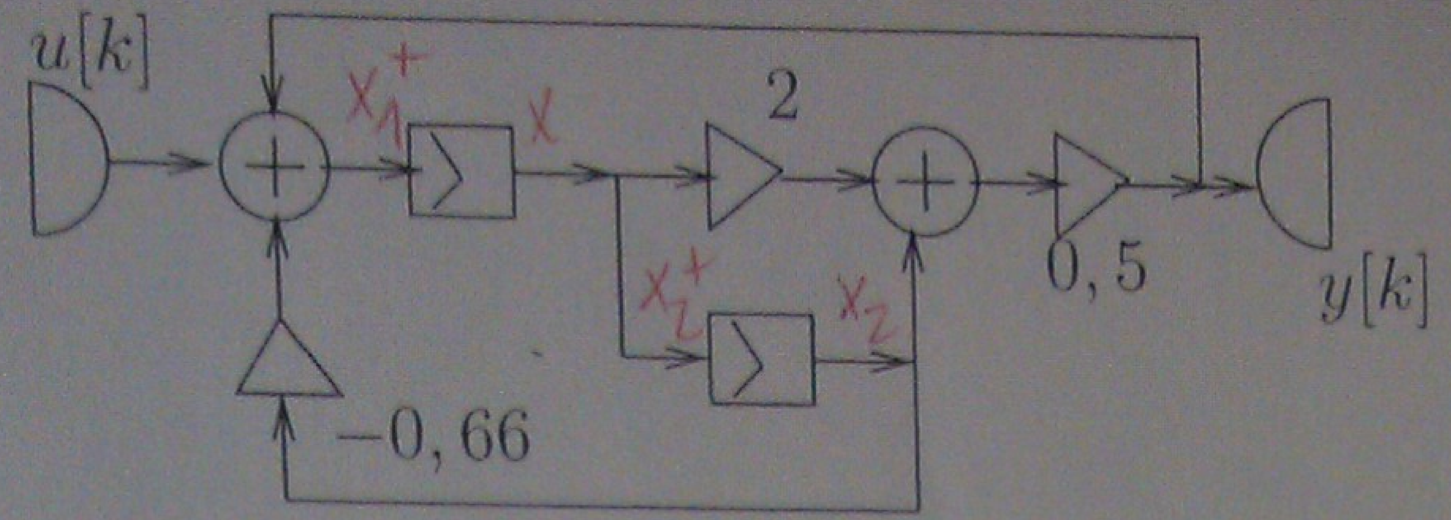
The reference directions of u_2 and i_2 on the load are opposite, so:

$i_2(t) = [-5 - 7,477\cos(2t - 2,273)]mA$ $\quad (-130,24^o)$ **(1 point)**

$+7,477\cos(2t + 0,869)$ $\quad (49,76^o)$.

2^{nd} problem

The DT system is given with the signal flow network.



(a) Note the state variables on the figure and give the state variable description of the system! *(2 points)*

(b) Find the system impulse response values for $k = 0$, $k = 1$ and for $k = 2$ strokes! *(1 point)*

(c) Find the transfer function of the system, write it in normal form and plot the pole-zero map! *(2 points)*

(d) Find the response of the system in case of $u[k] = 6\varepsilon[k]a^k$ input signal where a is a finite zero of the system! *(2,5 points)*

Solution

(a) The output signals of the delaying components are $x_1[k]$ (left) and $x_2[k]$ (right).

$$x_1[k+1] = u[k] - 0,66x_2[k] + 0,5(2x_1[k] + x_2[k]) \qquad x_1[k+1] = x_1[k] - 0,16x_2[k] + u[k]$$
$$x_2[k+1] = x_1[k] \qquad x_2[k+1] = x_1[k]$$
$$y[k] = 0,5(2x_1[k] + x_2[k]) \qquad y[k] = x_1[k] + 0,5x_2[k]$$

(2 points)

(b) The solution may be followed in the next table:

k	$x_1[k]$	$x_2[k]$	$u[k]=\delta[k]$	$y[k]=h[k]$
0	0	0	1	0
1	1	0	0	1
2	1	1	0	1,5

1 point

(c) First solution

The z-transform of the signal at the input of the left delaying component is noted by $P(z)$, then the z-transforms of the signals at the output of the left and of the right delaying components are $z^{-1}P(z)$ and $z^{-2}P(z)$. So

$P(z) = -0,66z^{-2}P(z) + U(z) + 0,5\left(z^{-2}P(z) + 2z^{-1}P(z)\right) \Rightarrow P(z) = U(z)\frac{1}{1-z^{-1}+0,16z^{-2}}$,

$Y = 0,5\left(z^{-2}P(z) + 2z^{-1}P(z)\right) = \left(z^{-1} + 0,5z^{-2}\right)P(z) = U(z)\frac{z^{-1}+0,5z^{-2}}{1-z^{-1}+0,16z^{-2}}$,

In normal form: $H(z) = \frac{z^{-1}+0,5z^{-2}}{1-z^{-1}+0,16z^{-2}}$. *(1,5 points)*

Second solution

$$\left.\begin{aligned} zX_1(z) &= X_1(z) - 0,16X_2(z) + U(z) \\ zX_2(z) &= X_1(z) \\ Y(z) &= X_1(z) + 0,5X_2(z) \end{aligned}\right\}$$

From the second equation $X_1(z) = zX_2(z)$, substituting to the first equation:

$z^2X_2(z) = zX_2(z) - 0,16X_2(z) + U(z), \Rightarrow X_2(z) = U(z)\frac{1}{z^2-z+0,16}$,

$X_1(z) = U(z)\frac{z}{z^2-z+0,16}$, $\quad Y(z) = X_1(z) + 0,5X_2(z) = U(z)\frac{z+0,5}{z^2-z+0,16}$, In normal form:

$H(z) = \frac{z^{-1}+0,5z^{-2}}{1-z^{-1}+0,16z^{-2}}$ *(1,5 points)* Only one solution may be appreciated.

$H(z) = \frac{z+0,5}{z^2-z+0,16}$, Poles: $p^2 - p + 0,16 = 0, \Rightarrow p_1 = 0,8,\ p_2 = 0,2$.

Zero: $z = -0,5$. *(0,5 points)* **(2 points)**

(d) $u[k] = 6\varepsilon[k](-0,5)^k$, $\quad U(z) = 6\frac{z}{z+0,5}$, $\quad Y(z) = U(z)H(z) = \frac{6z}{z^2-z+0,16}$ *(1 point)*

$Y(z) = z\frac{6}{(z-0,8)(z-0,2)} = z\left(\frac{10}{z-0,8} + \frac{-10}{z-0,2}\right)$

$y[k] = \varepsilon[k]10\left(0,8^k - 0,2^k\right)$ *(1,5 point)* **(2,5 points)**

$\left(y[k] = \varepsilon[k-1]\left((8\cdot 0,8^{k-1} - 2\cdot 0,2^{k-1}\right)\right)$.