

1. feladat (5+6=11 pont)

- a) Mikor mondjuk, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$? (Mondja ki a definíciót!)
- b) A definícióval igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5}{|x^2 - 4|} = 3$!

2. feladat (8+10=18 pont)

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & \text{ha } x \geq 1, \\ ax^2 + b, & \text{ha } x < 1. \end{cases}$$

- a) Milyen a, b esetén folytonos az f függvény?
- b) Milyen a, b esetén differenciálható az f függvény?

3. feladat (12+5+7=24 pont)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x - 2}$$

- a) Határozza meg f értelmezési tartományát, értékészletét, deriváltját!
- b) $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = ?$
- c) Az előző alkérdés m eredményét felhasználva $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = ?$

4. feladat (6+7+7+6=26 pont)

Határozza meg a következő határértékeket!

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(5x)}{\sin(3x)} = ?$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}(2x)} - \frac{1}{\sin(2x)} \right) = ?$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} - x)^{\frac{1}{2x}} = ?$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-2x} \operatorname{sh}(5x)}{\operatorname{ch}(6x)} = ?$

5. feladat (7+8+5=20 pont)

$$f(x) = \frac{-x^3 + 1}{x^2}$$

- a) Jellemezze a függvényt monotonitás szempontjából! Adja meg a függvény lokális szélsőérték helyeit!
- b) Jellemezze a függvényt konvexitás szempontjából! Hol van a függvénynek inflexiós pontja?
- c) Vázlatosan rajzolja fel a függvény grafikonját!

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Igazolja, hogy a

$$p(x) = 1 - 2x^{11} + 3x^{24} - 4x^{33} + 5x^{48}$$

polinomnak legfeljebb 4 valós gyöke van.