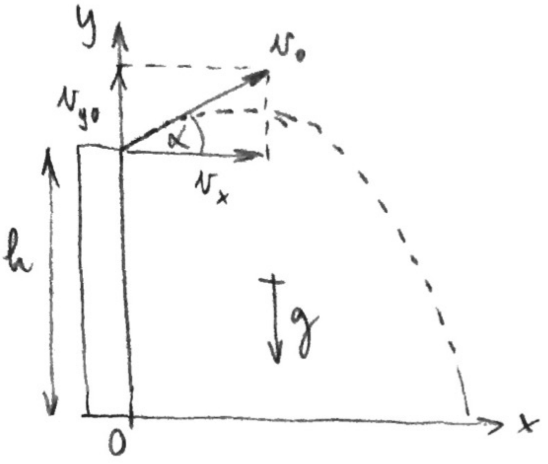
3. gyakorlat

F1.



a.) A függőleges irányú kezdősebesség:

$$v_{y0} = v_0 \sin\alpha$$

A függőleges mozgás egyenletesen gyorsuló:

$$y(t) = \underbrace{h}_{y_0} + \underbrace{v_0 \sin\alpha \cdot t}_{v_{y0} \cdot t} \underbrace{- \frac{1}{2} g t^2}_{+\frac{a}{2}t^2} \quad (*)$$

A talajt érés pillanatában $y = \varnothing$, így:

$$\varnothing = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t + h ,$$

ebből t meghatározható:

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \sin\alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{-g} \begin{array}{l} \nearrow t_1 = -2{,}18 \text{ s} \\ \searrow t_2 = \underline{\underline{+4{,}22 \text{ s}}} \end{array}$$

b.) A távolság maximális, ha $v_y = 0$ (pálya tetőpontján):

$$v_y(t^*) = v_{y0} - g \cdot t^* , \text{ azaz } \varnothing = v_0 \sin\alpha - g t^* ,$$

ebből $t^* = v_0 \sin\alpha / g$. Ezt beírva a (*) egyenletbe:

$$y(t^*) = h + v_0 \sin\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2$$

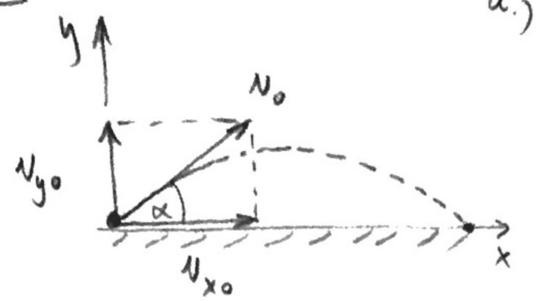
$$y(t^*) = h + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \approx \underline{\underline{50 \text{ m}}}$$

c.) A mozgás során $v_x = v_0 \cos\alpha = 17{,}3 \frac{m}{s}$. A talajt érés pillanatában $v_y(t_2) = v_{y0} - g t_2 = v_0 \sin\alpha - g t_2 = -31{,}4 \frac{m}{s}$.

A sebesség nagysága:

$$v_{\text{végső}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(17{,}3)^2 + (-31{,}4)^2} \approx \underline{\underline{35{,}8 \frac{m}{s}}}$$

F2.



a.) $v_{y0} = v_0 \sin\alpha$, $\quad v_y(t) = v_{y0} - g\cdot t$

$v_{x0} = v_0 \cos\alpha$.

A mozgás teljes ideje az emelkedési idő fele ($v_y = \emptyset$):

$$\emptyset = \underbrace{v_0\sin\alpha}_{v_{y0}} - g\, t_{em} \rightarrow t_{em} = \frac{v_0\sin\alpha}{g}.$$

A hajítás távolsága:

$$x = v_{x0}\cdot(2t_{em}) = v_0\cos\alpha\cdot\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}\cdot\underbrace{2\sin\alpha\cos\alpha}_{\sin 2\alpha}$$

Tehát

$$x = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha, \quad (*)$$

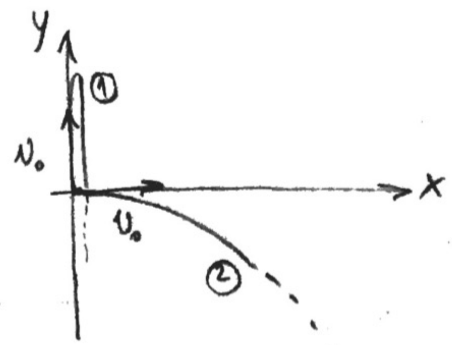
ami akkor maximális, ha $\sin 2\alpha = 1$ (azaz $\alpha = 45°$), ekkor

$$x_{max} = \frac{v_0^2}{g} = \underline{\underline{63{,}7\ m}}.$$

b.) A (*) egyenletből $x = d$ felhasználásával:

$$d = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{gd}{v_0^2} \rightarrow \underline{\underline{\alpha = 22{,}5°}}$$

F3.



Az 1-es test koordinátái t idő után:

$$x_1(t) = \emptyset$$
$$y_1(t) = \emptyset + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

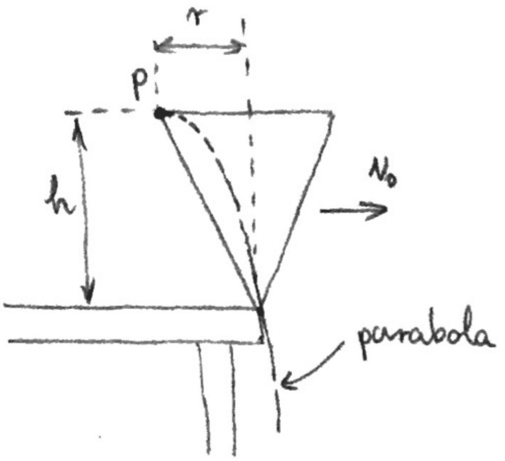
A 2-es testre ugyanez:

$$x_2(t) = v_0 t$$
$$y_2(t) = \emptyset + \emptyset - \frac{1}{2}gt^2$$

A távolság:

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{v_0^2t^2 + v_0^2t^2} = \sqrt{2}\, v_0 t = \underline{60{,}1\ m}$$

F4.



A kúp nem ütközik az asztallal, ha a peremén lévő P pontja sem ütközik az asztal szélével:

$$\left.\begin{aligned} r &= v_0 t \\ h &= \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}\right\} \quad v_0 = r \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

F5.

A nagymutató (percmutató) periódusideje 60 perc, így végpontjának sebessége:

$$v_{nagy} = \frac{2\pi \cdot r_{nagy}}{T_{nagy}}, \quad \text{ahol} \quad T_{nagy} = 60 \cdot 60 \, s$$

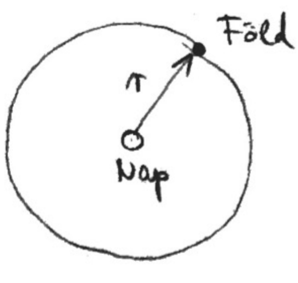
Ugyanez a kismutatóra:

$$v_{kis} = \frac{2\pi \, r_{kis}}{T_{kis}}, \quad \text{ahol} \quad T_{kis} = \underbrace{12}_{\text{óra}} \cdot \underbrace{60}_{\text{perc}} \cdot 60 \, s$$

A kettő hányadosa:

$$\frac{v_{nagy}}{v_{kis}} = \frac{r_{nagy}}{r_{kis}} \cdot \frac{T_{kis}}{T_{nagy}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_{kis}}{T_{nagy}} = 18$$

F6.



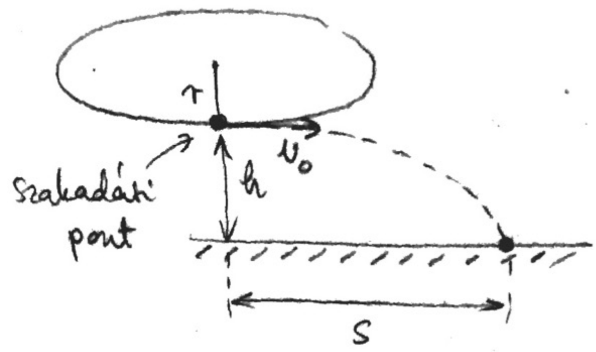
A Nap-Föld távolság: $r = 150$ millió km $= 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.

A Föld keringési ideje: $T = 1$ év $= 3{,}15 \cdot 10^7$ s

a.) $$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0{,}0060 \, \frac{m}{s^2}$$

b.) $$\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 2{,}00 \cdot 10^{-7} \, \frac{1}{s}$$

F7.



A hajítás adataiból a test kezdő-sebessége meghatározható:

$$\left.\begin{aligned} s &= v_0 t \\ h &= \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}\right\} v_0 = \frac{s}{t} = s\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Ugyanez volt a körmozgás sebessége is:

$$a_{cp} = \frac{v_0^2}{r} = \frac{s^2}{r}\frac{g}{2h} = \underline{\underline{54{,}5\ \frac{m}{s^2}}}.$$