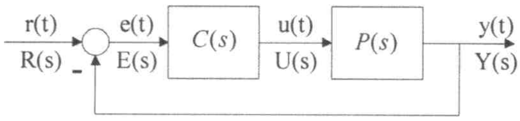
MEGOLDÁSSAL

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. PÓTZÁRTHELYI, A csoport
2010.04.06. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



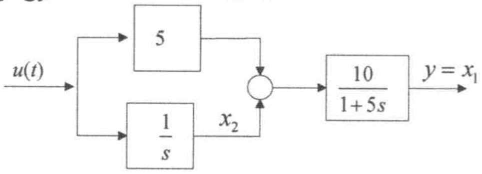
a./ $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{1+5s}$, $C(s)=0.5\dfrac{1+5s}{5s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör Bode amplitúdó-körfrekvencia valamint fázis-körfrekvencia diagramját.
b./ Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistartalék értékét a Bode diagram alapján.
c./ Mekkora az u(t) beavatkozójel kezdeti és végértéke egységugrás alapjel hatására?
d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységsebesség-ugrás alakú alapjelet? **[4 pont]**

2. Adja meg a modulus tartalék definícióját! **[3 pont]**

3. Adott $A=\begin{bmatrix}-3 & 1\\ 0 & -4\end{bmatrix}$. Határozza meg $\mathbf{x}(t)$ értékét, ha $u(t)\equiv 0$ és $\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}0.5\\ 1\end{bmatrix}$! **[4 pont]**

4. Adja meg a $P(s)=\dfrac{1}{1+2\xi Ts+s^2T^2}$ átviteli függvényű kéttárolós lengő tag közelítő Bode amplitúdó-körfrekvencia diagramját. Adja meg az amplitúdó és a fázisszög értékét az $\omega=1/T$ pontban. Adja meg a rendszer pólusait (ξ–vel és T-vel kifejezve, feltéve, hogy $\xi<1$) és ábrázolja elhelyezkedésüket a komplex számsíkon. Ezen az ábrán adja meg a ξ csillapítási tényező geometriai interpretációját. **[4 pont]**

5. Adja meg az ábrán látható rendszer állapotegyenletét a bejelölt állapotváltozókkal! Állapotirányítható-e a rendszer? Megfigyelhető-e a rendszer?



[4 pont]

6. Adja meg az $L(s)=\dfrac{s+\alpha}{s^2+3s+13}$ hurokátviteli függvényű kör gyökhelygörbéjét az α paraméter függvényében. Az α paraméter 0 és végtelen között változik. **[4 pont]**

7. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{(1+s)^2}$, bemenőjele $u=\sin 3t$. Adja meg kimenőjelének analitikus kifejezését kvázistacionárius állapotban, $y_{áll}=?$ **[3 pont]**

8. Mutassa meg, hogy

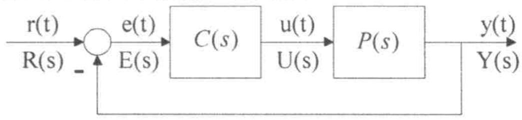
$$e^{(TAT^{-1})t}=Te^{At}T^{-1}$$

[4 pont]

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. PÓTZÁRTHELYI, B csoport
2010.04.06. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



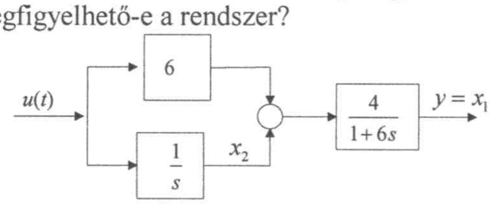
a./ $P(s)=\dfrac{16}{s}$, $C(s)=\dfrac{1+s}{s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode amplitúdó-körfrekvencia valamint fázis-körfrekvencia diagramját.
b./ Jelölje be az ábrán a fázistartalékot. Stabilis-e a zárt szabályozási kör?
c./ Mekkora az u(t) beavatkozójel kezdeti és végértéke egységugrás alapjel hatására?
d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységsebesség-ugrás alakú alapjelet? **[4 pont]**

2. Fogalmazza meg az általánosított Nyquist stabilitási kritériumot. **[3 pont]**

3. Adott $A=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 1 & -4\end{bmatrix}$. Határozza meg $\mathbf{x}(t)$ értékét, ha $u(t)\equiv 0$ és $\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}0.5\\ 1\end{bmatrix}$! **[4 pont]**

4. Adja meg a $P(s)=\dfrac{1}{1+2\xi Ts+s^2T^2}$ átviteli függvényű kéttárolós lengő tag közelítő Bode amplitúdó-körfrekvencia diagramját. Adja meg az amplitúdó és a fázisszög értékét az $\omega=1/T$ pontban. Adja meg a rendszer pólusait (ξ–vel és T-vel kifejezve, feltéve, hogy $\xi<1$) és ábrázolja elhelyezkedésüket a komplex számsíkon. Ezen az ábrán adja meg a ξ csillapítási tényező geometriai interpretációját. **[4 pont]**

5. Adja meg az ábrán látható rendszer állapotegyenletét a bejelölt állapotváltozókkal! Állapotirányítható-e a rendszer? Megfigyelhető-e a rendszer?



[4 pont]

6. Adja meg az $L(s)=\dfrac{s+\alpha}{s^2+3s+3}$ hurokátviteli függvényű kör gyökhelygörbéjét az α paraméter függvényében. Az α paraméter 0 és végtelen között változik. **[4 pont]**

7. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{4}{s}$. Bemenőjelei $u_1=\sin t$ illetve $u_2=\sin 10t$. Adja meg kimenőjelének analitikus kifejezését kvázistacionárius állapotban mindkét gerjesztésre, $y_{1áll}=?$, $y_{2áll}=?$ **[3 pont]**

8. Mutassa meg, hogy

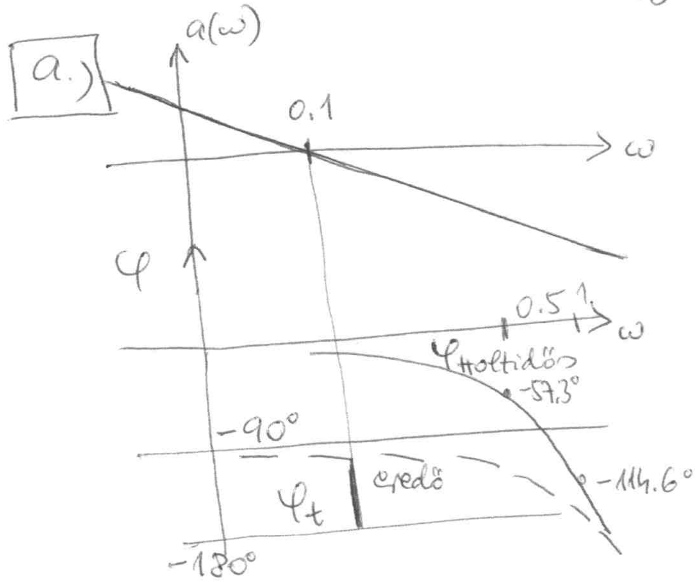
$$e^{(TAT^{-1})t}=Te^{At}T^{-1}$$ **[4 pont]**

1. PÓTZH MEGOLDÁS
A CSOPORT

2010. 04. 06.

1.) $L(s) = C(s)P(s) = \frac{0.1}{s} e^{-2s}$

$\boxed{a.)}$



$\boxed{b.)}$ $\omega_c = 0.1$

$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - 0.1 \cdot 2 = -1.77\,\text{rad} =$

$= -101.46°$

$\varphi_t = 180° + \varphi(\omega_c) = 78.54°$

$\boxed{c.)}$ $u(t \to \infty) = 1$

$u(t=0) = 0.5$

$\boxed{d.)}$ Sebességugrásra az 1. típusú szabályozás statikus hibája $1/K = \frac{1}{0.1} = 10$

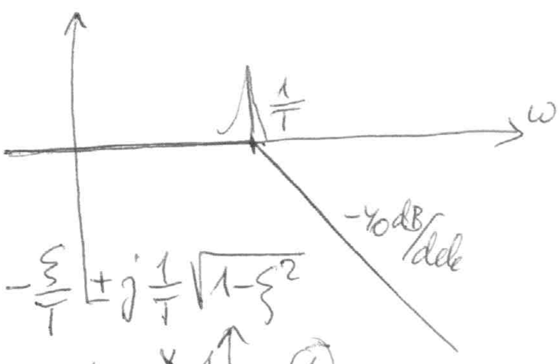
2.) ld. jegyzet 188. old.

3.) $\phi(s) = (sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+3 & -1 \\ 0 & s+4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ 0 & s+3 \end{bmatrix}}{(s+3)(s+4)}$

$\phi(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+3} & \frac{1}{s+3} - \frac{1}{s+4} \\ 0 & \frac{1}{s+4} \end{bmatrix}$; $\phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & e^{-3t} - e^{-4t} \\ 0 & e^{-4t} \end{bmatrix}$

$X(t) = \phi(t) X(0) = \begin{bmatrix} 1.5e^{-3t} - e^{-4t} \\ e^{-4t} \end{bmatrix}$; $t \geq 0$.

4.)



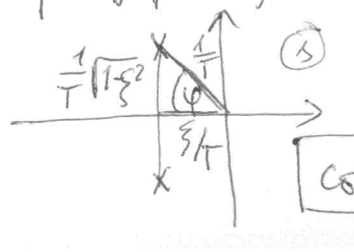
$P(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 T^2 + 2\xi T j\omega}$

$|P(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2T^2}}$

$|P(j\omega)|_{\omega = \frac{1}{T}} = \frac{1}{2\xi}$

$\varphi(\omega = \frac{1}{T}) = -90°$

$s_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$

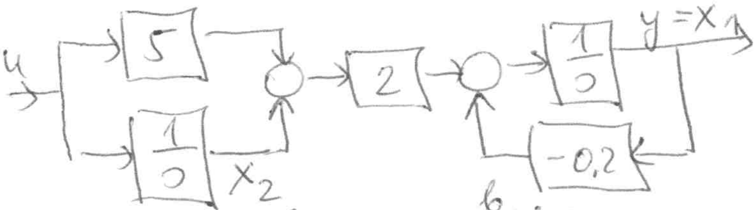


$\boxed{\cos\varphi = \xi}$

1. PÓTZH MEGOLDÁS
A CSOPORT

2010.04.06.

5.)



$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}-0.2 & 2\\ 0 & 0\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}10\\ 1\end{bmatrix}}_{b} u$$

$$y = \underbrace{[1 \quad 0]}_{c^T}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

Az irányíthatósági mátrix : $M_c = [b \quad Ab]$

$M_c = \begin{bmatrix}10 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}$; det $M_c = 0$; <u>Nem irányítható.</u>

A megfigyelhetőségi mátrix: $M_o = \begin{bmatrix}c^T\\ c^TA\end{bmatrix}$

$M_o = \begin{bmatrix}1 & 0\\ -0.2 & 2\end{bmatrix}$; det $M_o = 2$, rangja 2.

<u>Megfigyelhető.</u>

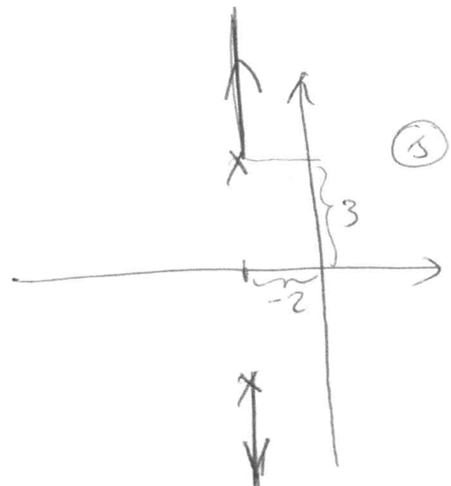
(Póluskiejtés van.)

6.)

$$1 + \frac{s+\alpha}{s^2+3s+13} = 0$$

$$s^2 + 4s + 13 + \alpha = 0$$

$$1 + \frac{\alpha}{s^2+4s+13} = 0$$



A nyitott körben: $s_{1,2} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16-52}}{2} = -2 \pm j3$

7.) $|P(j\omega)| = \dfrac{1}{1+\omega^2}$; $\omega = 3$; $|\,| = 0.1$

$\varphi(\omega) = -2\,\mathrm{arctg}\,\omega = -2\,\mathrm{arctg}\,3$

$y_{áll} = 0.1 \sin(3t - 143.13°)$

1. PÓTZH MEGOLDÁS
A és B CSOPORT

8.) Bizonyítandó:

$$e^{(TAT^{-1})t} = T e^{At} T^{-1}$$

$\downarrow$

sora:

$$T I T^{-1} + \frac{TAT^{-1}t}{1} + \frac{TA\underbrace{T^{-1}\cdot T}_{I}AT^{-1}\cdot t^2}{2} + \frac{TA^2\underbrace{T^{-1}\cdot T}_{I}AT^{-1}t^3}{3!} +$$

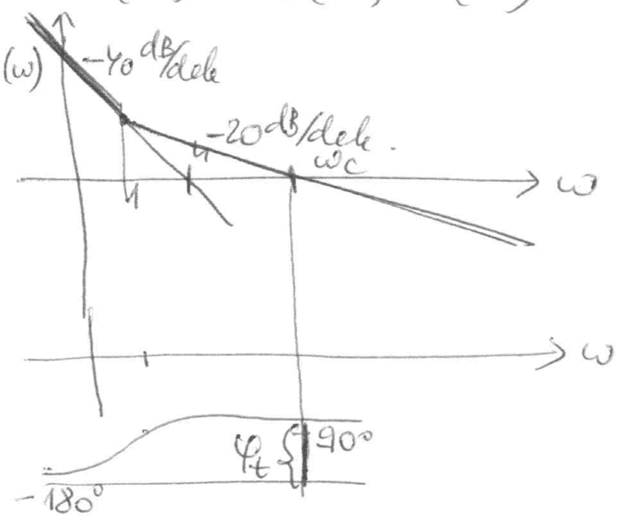
$$\dots = T\Big(\underbrace{I + At + \frac{A^2t^2}{2} + \frac{A^3t^3}{3!} + \dots}_{e^{At}}\Big)T^{-1}$$

Ezzel az állítást bizonyítottuk.

1. PÓTZH MEGOLDÁS 2010.04.06.
B CSOPORT

1.) $L(s) = C(s) \cdot P(s) = \frac{16(1+s)}{s^2}$

a.)



b.) Stabilis, $\varphi_t > 0$.
Sőt, strukturálisan stabilis.

c.) $u(t=0) = 1$
$u(t \to \infty) = 0$ (mivel integráló a szakasz, és kimenetén a jel 1.

d.) 2. típusú szabályozás.
A sebességugrást állandósult állapotban 0 hibával követi.

2.) $R = P_{(+)}$ A teljes Nyquist diagram -1 pont körüli körülfordulásainak száma előjelesen véve egyezzen meg a felnyitott kör jobb oldali pólusainak számával.

Jegyzet 18.old.

3.) $$\Phi(s) = (sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+3 & 0 \\ -1 & s+4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s+4 & 0 \\ 1 & s+3 \end{bmatrix}}{(s+3)(s+4)}$$

$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{1}{s+3} - \frac{1}{s+4} & \frac{1}{s+4} \end{bmatrix}; \quad \Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 \\ e^{-3t} - e^{-4t} & e^{-4t} \end{bmatrix}$$

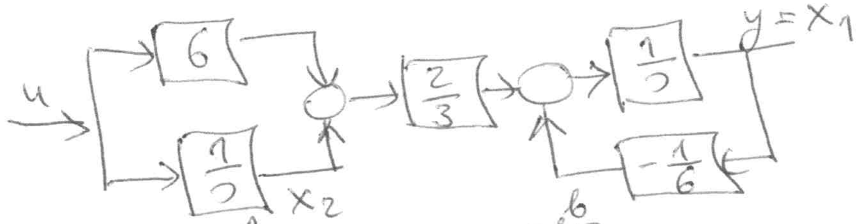
$$X(t) = \Phi(t) X(0) = \begin{bmatrix} 0.5 e^{-3t} \\ 0.5 e^{-3t} + 0.5 e^{-4t} \end{bmatrix}$$

4.) Ld. A csoportnál.

1. PÓTZH MEGOLDÁS 2010.04.06.

B CSOPORT

5.)



$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}-\frac{1}{6} & \frac{2}{3}\\ 0 & 0\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}4\\ 1\end{bmatrix}}_{b} u$$

$$y = \underbrace{[1 \quad 0]}_{c^T}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

$$M_c = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix}4 & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix};$$ $\det M_c = 0$ Nem irányítható.

Irányíthatósági mátrix.

$$M_o = \begin{bmatrix}c^T\\ c^T A\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ -\frac{1}{6} & \frac{2}{3}\end{bmatrix};$$ $\det M_o = \frac{2}{3}$; rangja 2. Megfigyelhető.

(Póluskiejtés.)

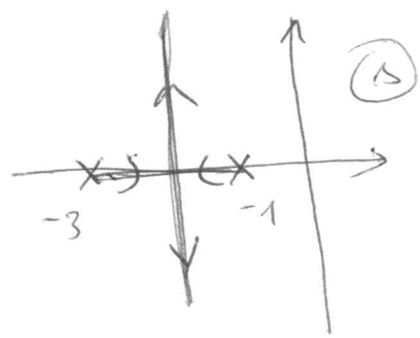
6.)

$$1 + \frac{s+\alpha}{s^2+3s+3} = 0$$

$$s^2 + 4s + 3 + \alpha = 0$$

$$1 + \frac{\alpha}{s^2+4s+3} = 0$$

A nyitott körben: $s_1 = -1$, $s_2 = -3$



7.) $|P(j\omega)| = \frac{4}{\omega}$

$\varphi(\omega) = -90°$

$\omega = 1$-nél

$y_{1áll}(t) = 4 \sin(t - 90°)$

$y_{2áll}(t) = 0.4 \sin(t - 90°)$

8.) Mint A-nál.