

1. feladat (5+8=13 pont)

- a) Legyen x_0 az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény értelmezési tartományának belső pontja! Adja meg a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ definícióját!
b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{|x-2|} = \infty!$$

2. feladat (8+8+8=24 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh}(2x)}{\sin(3x)}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}, \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$$

3. feladat (14 pont)

Hol és milyen típusú szakadásai vannak az

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1}$$

függvénynek?

4. feladat (6+6+6+6=24 pont)

A deriválási szabályok alkalmazásával határozza meg a következő függvények deriváltfüggvényét!

$$a) f(x) = \sin^3(x^2 + 1), \quad b) g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 + 3}}, \\ c) h(x) = 2^{3x} \cdot \operatorname{arsh}(2x + 1), \quad c) k(x) = x^x \quad (x > 0)$$

5. feladat (12 pont) A *definíció alapján* határozza meg az

$$f(x) = \frac{1}{2x+1}$$

függvény deriváltját az $x_0 = 3$ pontban!

6. feladat (13 pont)

Adja meg a legbővebb intervallumokat, amelyen az $f(x) = \operatorname{arctg}(x^2 - 2x - 3)$ függvény monoton növe, illetve monoton csökkenő! Hol és milyen típusú lokális szélsőértéke van f -nek?