

1. Feladat * (16 pont)

$$V : \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq 4, \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases} \quad \iiint_V 2ye^{\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9}} dV = ?$$

Használja a $x = ar \cos t$, $z = br \sin t$ transzformációt megfelelő a, b -vel!

2. Feladat * (12 pont)

Határozza meg az

$$f(x) = \begin{cases} x - |x|, & \text{ha } |x| \leq 2 \\ 0, & \text{ha } |x| > 2 \end{cases}$$

képlettel definiált függvény Fourier-transzormáltját!

3. Feladat * (3+5=8 pont)

Mondja ki a Fourier-sor definícióját! Adja meg a $3 + 4 \sin x - 2 \cos 3x$ függvény Fourier-sorát!

4. Feladat (10 pont)

Állapítsa meg, van-e szélsőértéke az $f(x, y) = x^2 + x \ln y$ függvénynek!

5. Feladat (4+6=10 pont)

(a) Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt!

(b) Igazolja, hogy a ha $f(x)$ deriválható $[a, b]$ -ben és a deriváltja ott azonosan 0, akkor $f(x)$ konstans függvény!

6. Feladat (12 pont)

Határozza meg a $y'' + 9y = 18 \cos 3x$ differenciálegyenlet általános megoldását!

7. Feladat (14 pont)

(a) Mondja ki a numerikus sorokra vonatkozó hányados-kritérium egyik tanult alakját!

(b) Vizsgálja meg az alábbi számsorok konvergenciáját (abszolút, feltételes, divergens)!

$$(b.1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \qquad (b.2) \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

8. Feladat (12 pont)

$$I = \int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$$

Az integrálok sorrendjének felcserélésével határozza meg a fenti I integrál értékét! Kétszítsen ábrát az integrálási tartományról!

9. Feladat (6 pont)

A függvény deriválásának segítségével igazolja, hogy az $5x^2 - \sin 3x$ függvénynek legfeljebb 2 valós gyöke lehet!

A *-al jelölt feladatokból legalább 10 pontot el kell érni!