romágneses terek (VIHVA204) A   2010.06.11.

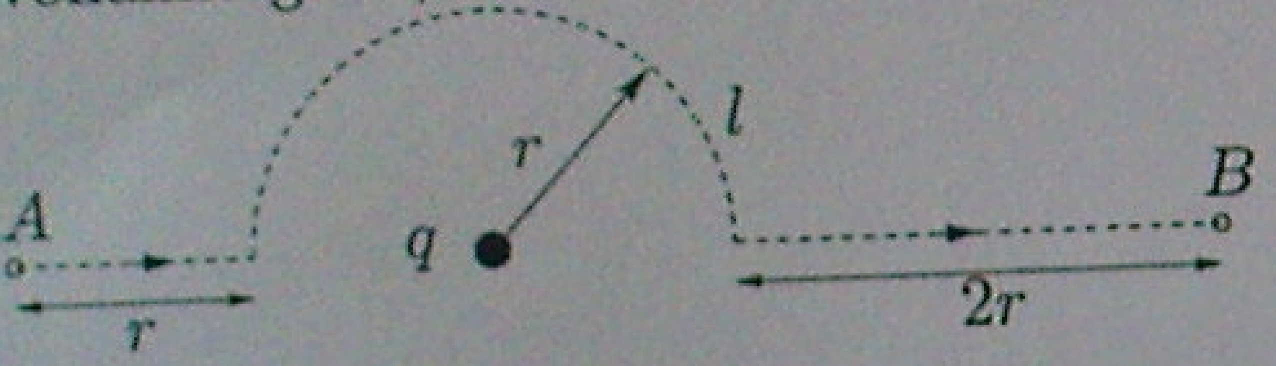
Javítási példány	Pontszám:	Javító:
TUN:	10	EVT
ás:		

Feladatonként 1 pont szerezhető. Csak a végeredményt írja rá a feladatlapra!

Mekkor munkát végzünk, miközben 50 nC töltéssel feltöltünk egy levegőben önmagában álló, kezdetben töltetlen, 20 cm sugarú fémgömböt?

$$W = 56{,}17\,\mu\text{J}$$

Egy végtelen hosszú, egyenes, $q = 100\,\text{nC/m}$ töltéssűrűségű vonaltöltésre merőleges síkban fut a szaggatott vonallal jelölt, iránytott l görbe. Számítsa ki az $\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}$ vonalintegrált, ha $r = 70\,\text{cm}$ és a közeg levegő!



$$\int_A^B \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l} = 728{,}8\,\text{V}$$

Egy légszigetelesű síkkondendenzátor kapacitása 90 pF. A lemezekre egy állandó 1 kV feszültségű forrást kapcsolunk, és a lemezek közötti teret teljesen kitöltjük $300\,\mu\text{S/m}$ fajlagos vezetőképességű (nem tökéletes szigetelő) anyaggal. Mekkora lesz a lemezek között átfolyó teljes szivárgási áram?

$$I = 3{,}05\,\text{A}$$

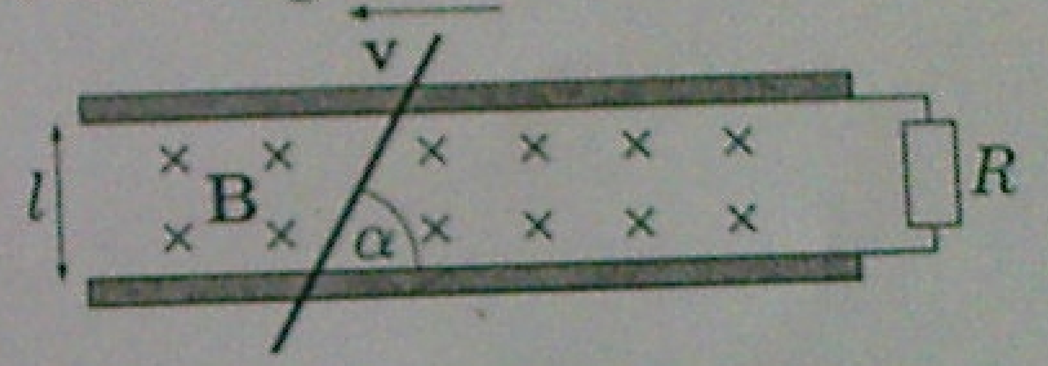
Egy végtelen hosszú, levegőben elhelyezkedő, egyenes, vonalszerű vezető állandó I áramot szállít a pozitív z irányba. A vezetőtől r_1 ill. r_2 távolságban a mágneses vektorpotenciál z irányú rendezője $A_{z,1}$ ill. $A_{z,2}$. Fejezze ki a $A_{z,1}-A_{z,2}$ különbséget! (Használja ki a vektorpotenciál és a fluxus közötti közvetlen kapcsolatot!)

$$A_{z,1} - A_{z,2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

5. $50\,\Omega$ hullámimpedanciájú ideális távvezetéken a feszültségamplitúdó maximális ill. minimális értéke 300 V ill. 100 V. Mekkora hatásos teljesítmény áramlik a távvezetéken?

$$P = 300\,\text{W}$$

6. Homogén, $B = 0{,}2\,\text{T}$ mágneses indukciójú térbe helyezett sínpáron keresztbe tett fémrúd állandó $v = 5\,\text{m/s}$ sebességgel csúszik. A rúd és a sínek ellenállása elhanyagolható; az indukcióvonalak iránya merőleges a sínek által kifeszített síkra. Határozza meg az $R = 10\,\Omega$ ellenálláson folyó áram erősségét, ha $l = 2\,\text{m}$ és $\alpha = 60°$.



$$I = 0{,}2\,\text{A}$$

7. Hosszú, egyenes, kör keresztmetszetű vezető sugara 4 mm, fajlagos vezetőképessége 57 MS/m. A vezetőben nagyfrekvenciás szinuszos áram folyik, a behatolási mélysé 100 μm. A vezető felszínén az elektromos térerősség amplitúdója 0,3 V/m. Adj meg a vezető 1 m hosszú szakaszában disszipálódó hatásos teljesítményt!

$$P = 3{,}23\,\text{W}$$

8. Vákuumban terjedő síkhullám merőlegesen esik egy ideális vezető fémsíkra. A elektromos térerősség amplitúdója a síktól nyolcad hullámhossznyi távolságra $\hat{E}$ 500 V/m. Adja meg a fémsíkon a felületi áramsűrűség amplitúdóját!

$$K = 1{,}88\,\text{A/m}$$

9. Levegőben álló Hertz-dipólus távolterében az elektromos térerősség amplitúdója antennától r távolságban, ϑ elevációs szög alatt $E(r,\vartheta) = \frac{200\,\text{V}}{r}\sin\vartheta$. Adja me antenna által kisugárzott összes hatásos teljesítményt! (Az iránykatás 1,5.)

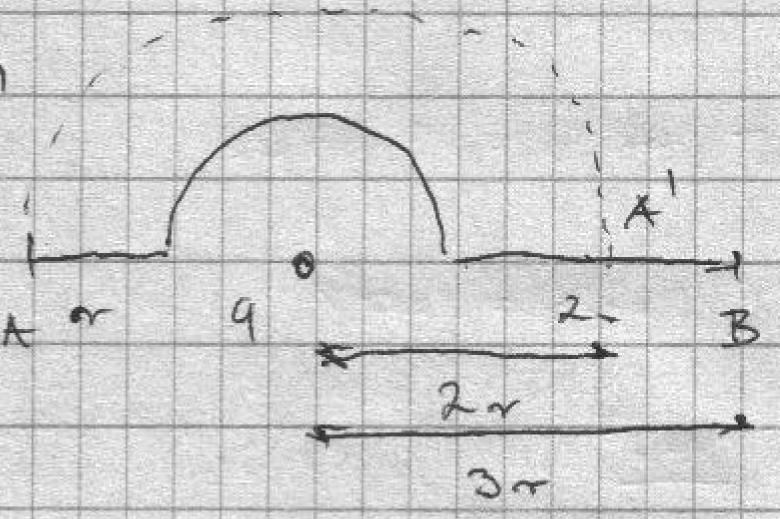
$$P = 444\,\text{W}$$

10. Egy légtöltésű csőtápvonalban egy adott módus esetén a fázisegyüttható kifej $\beta(\omega) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k^2}$, ahol $c = 3\cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ és $k = 5\,\frac{1}{\text{m}}$. Határozza meg azt az ω kör venciát, amelyen a csőben mért hullámhossz a szabadtéri hullámhossz háromsz

$$\omega = 1{,}59\cdot 10^9\,1/\text{s}$$

2010.06.11. A

1) $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon r} = \frac{1}{2}\frac{(50\cdot 10^{-9})^2}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}2} = 56{,}19\,\mu J$

2) 

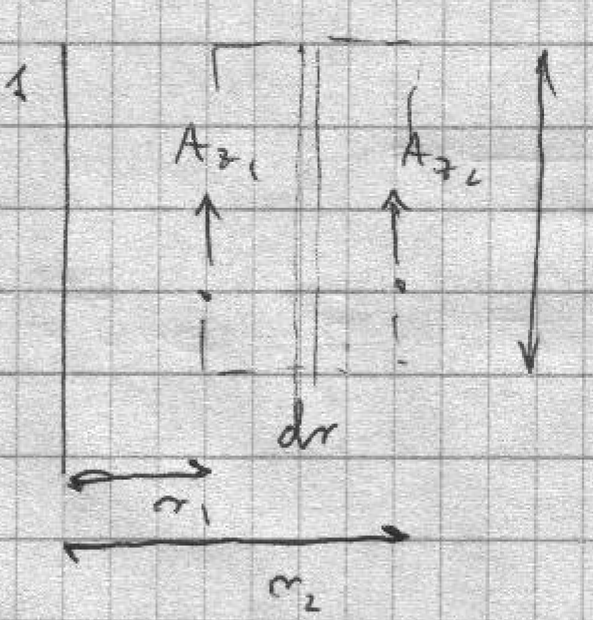
$$\int_A^B \bar{E}\,d\bar{l} = \int_{A'}^B \bar{E}\,d\bar{l} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{3r}{2r} =$$

$$= \frac{100\cdot 10^{-9}}{2\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot \ln\frac{3}{2} = 729{,}17\,V$$

3) $$G = \frac{I}{U} = \frac{\sigma\int_A \bar{E}\,d\bar{A}}{\int_l \bar{E}\,d\bar{l}} \qquad \frac{G}{C} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad G = \frac{\sigma}{\varepsilon}\cdot C$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon\int_A \bar{E}\,d\bar{A}}{\int_l \bar{E}\,d\bar{l}}$$

$$I = G\cdot U = \frac{\sigma}{\varepsilon}\,C\cdot U = \frac{300\cdot 10^{-6}}{8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot 90\cdot 10^{-12}\cdot 1000 = 3{,}05\,A$$

4) 

$$\Phi = \int \bar{B}\,d\bar{A} = \int_{r_1}^{r_2}\frac{\mu I}{2\pi r}\cdot\overbrace{l\cdot dr}^{dA} = \frac{\mu I l}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$\Phi = \oint_l \bar{A}\,d\bar{l} = l A_{z_2} + 0 - l A_{z_1} + 0 =$$

$$= l\,(A_{z_2} - A_{z_1})$$

$$l\cdot\frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1} = l\,(A_{z_2} - A_{z_1})$$

$$A_{z_2} - A_{z_1} = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

5) $Z_0 = 50\,\Omega \quad U_{max} = 300\,V \quad U_{min} = 100\,V$

$$\sigma = \frac{1+|r|}{1-|r|} = \frac{U_{max}}{U_{min}} = 3 \rightarrow |r| = 0{,}5 \qquad r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

$$r = 0{,}5 \rightarrow Z_2 = 150\,\Omega \qquad\qquad r = -0{,}5 \rightarrow Z_2 = 16{,}67\,\Omega$$

$$U = U^+(1+r) = 300\,V \qquad\qquad U = U^+(1+r) = 100\,V$$

$$P = \frac{1}{2}\frac{U^2}{R} = 0{,}5 \cdot \frac{300^2}{150} = 300\,W \qquad = 0{,}5 \cdot \frac{100^2}{16{,}67}$$

6) $B = 0{,}2\,T \quad v = 5\,m/s \quad R = 10\,\Omega \quad l = 2\,m$

$$u_i = \oint_l \bar{B} \times \bar{v}\, d\bar{l} = B v l$$

$$I = \frac{u_i}{R} = \frac{B v l}{R} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 0{,}2}{10} = 0{,}2\,A$$

7)

$$\bar{I} = \frac{E}{\bar{\gamma}}\, \sigma \cdot 2\pi r = \frac{E}{1+j}\,\delta\, \sigma\, 2\pi r$$

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{2\pi r\, \delta}$$

$$P = \frac{1}{2}|I|^2 R = \frac{1}{2}\left(\frac{E}{|1+j|}\,\delta\sigma\, 2\pi r\right)^2 \frac{l}{\sigma\, 2\pi r\, \delta} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{E^2}{|1+j|^2}\, l\, \sigma\, 2\pi r\, \delta = 0{,}5 \cdot \frac{0{,}3^2}{2}\, 57 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 3{,}23\,W$$

8) $E = E^+ e^{j\beta z} + r E^+ e^{-j\beta z} = E^+ \left(e^{j\beta z} + r e^{-j\beta z} \right)$

$\beta z = \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$ $\qquad r = -1$

$E^+ = \frac{E}{e^{j\frac{\pi}{4}} - e^{-j\frac{\pi}{4}}} = \frac{E}{\sqrt{2}\, j} = -j \frac{500}{\sqrt{2}} = 353{,}55\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{V}{m}$

$E^+ = r E^- \qquad E^- = -353{,}55\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{V}{m}$

$H^+ = \frac{E^+}{Z_0} \cdot 0{,}9378\, e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{A}{m}$

$K = H_2 = (1-r) H^+ = 2 H^+ = 1{,}875 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{A}{m}$

9) $D = \frac{S_{max}}{S_{átl}} = \frac{S_{max}}{\frac{P}{4\pi r^2}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0}}{\frac{P}{4\pi r^2}}$

$P = \frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0} \cdot \frac{1}{D} 4\pi r^2 = \frac{1}{2} \frac{200^2}{r^2 Z_0} \frac{1}{D} 4\pi r^2 =$

$= \frac{1}{2} \frac{200^2}{377} \cdot \frac{1}{1{,}5} \cdot 4\pi = 444\ W$

10) $\Lambda = 3\lambda = \cancel{3 \frac{c\, 2\pi}{\omega}}$ $\qquad \beta = \frac{\omega'}{c} = \frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{3\lambda} = \frac{\omega}{3c}$

ω': [illegible] [illegible] hullám [illegible] adódó

ω: [illegible] hullám [illegible] adódó

$\frac{\left(\frac{\omega}{3}\right)^2}{c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} - b^2$

$c^2 b^2 = \frac{8}{9} \omega^2$

$\omega = \frac{3}{\sqrt{8}} \cdot c \cdot b = \frac{3}{\sqrt{8}}\, 3 \cdot 10^8 \cdot 5 = 1{,}59 \cdot 10^9 \frac{1}{s}$