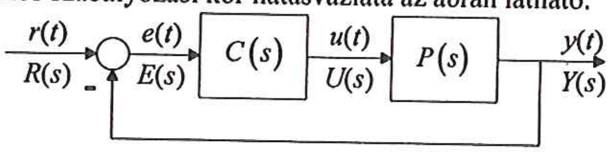
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A CSOPORT

2014.10.21. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



A folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{(1+s)(1+10s)}$, a szabályozó átviteli függvénye: $C(s)=\dfrac{k(1+10s)}{10s}$.

a./ Adja meg a felnyitott kör átviteli függvényét és ábrázolja közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját k=1 felvételével. Adja meg a fázisszög analitikus kifejezését az $\omega=0.1$ körfrekvencián. Rajzolja be az ábrán a zárt kör közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját.

b./ Határozza meg a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvényét az y és az r jelek között. Egységugrás alapjelre lesznek-e lengések a kimenőjelben?

c./ Egységugrás alapjelre adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, $u(0)=?$, $u(t\to\infty)=?$

d./ Vázolja fel a rendszer gyökhelygörbéjét. Ennek alapján adja meg a k paraméter kritikus értékét.

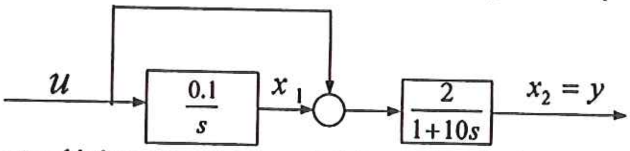
[4 pont]

2. Írja fel az állapotegyenlet alakját és adja meg megoldását az időtartományban! **[3 pont]**

$A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$; $x(0)=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}$; $u(t)=0$. Adja meg az állapotváltozók értékét a $t=5$ időpontban!

3. Mi az érzékenységi függvény és mit mutat meg? **[3 pont]**

4. Írja fel az ábrán látható rendszer állapotegyenletét az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



(Segítség: a tárolós tagot valósítsa meg visszacsatolt integrátor segítségével.) Állapotirányítható és megfigyelhető-e a rendszer? Válaszát indokolja!

[4 pont]

5. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{5}{1+s}e^{-0.2s}$. Bemenőjele $u=\sin(3t)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét kvázistacionárius állapotban.

[4 pont]

6. Egy rendszer differenciálegyenlete: $T\dfrac{dy(t)}{dt}+y(t)=Au(t)$. Adja meg átviteli függvényét, átmeneti függvényének (egységugrás válaszának) analitikus kifejezését. Ábrázolja az átmeneti függvény időbeli lefolyását.

[4 pont]

7. Adja meg egy szabályozási rendszer belső stabilitásának definícióját. **[4 pont]**

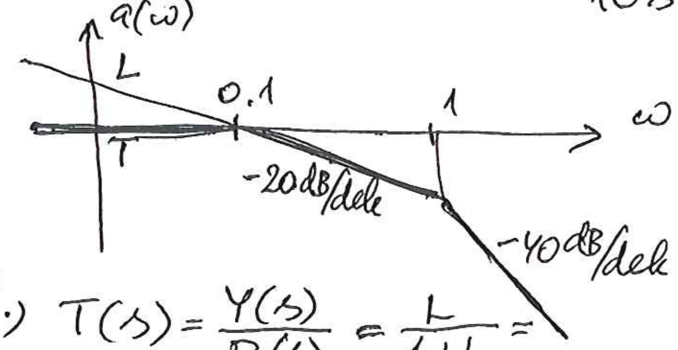
8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+5s}e^{-3s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+2s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot!

[4 pont]

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2014.10.21
A CSOPORT
MEGOLDÁS

1.) $P(s) = \dfrac{1}{(1+s)(1+10s)}$; $C(s) = \dfrac{k(1+10s)}{10s}$

a.) $L(s) = C(s)P(s) = \dfrac{k}{10s(1+s)}$; $k=1$.



$\varphi(\omega) = -90^\circ - \mathrm{arctg}\,\omega =$
$= -90^\circ - \mathrm{arctg}\,0.1$

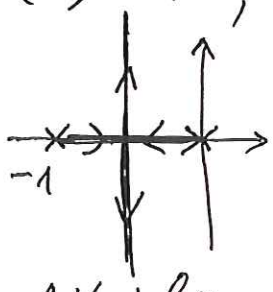
b.) $T(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{L}{1+L} =$

$= \dfrac{\frac{1}{10s(1+s)}}{1+\frac{1}{10s(1+s)}} = \dfrac{1}{10s^2+10s+1}$;

A nevező gyökei: $s_{1,2} = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100-40}}{20}$ valósak.
Nem lesznek lengések.

c.) $u(0) = 1$; $u(t\to\infty) = 1$.

d.)

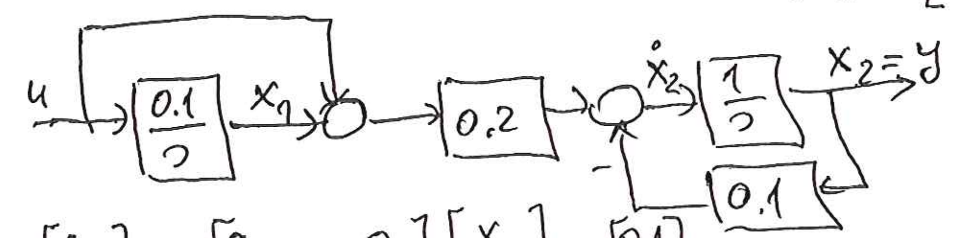


A rendszer strukturálisan stabilis.

2.) $\dot{x} = AX + bu$, $X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} b\, u(\tau)\, d\tau$
$y = c^T X + du$)

$X(t=5) = e^{\begin{bmatrix} -t & 0 \\ 0 & -2t \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-t}\cdot 2 \\ e^{-2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e^{-5} \\ e^{-10} \end{bmatrix}$

3.)



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u$$

1ZH A megoldás

2A

$$M_c = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \det M_c = 0$$

Nem állapotirányítható.

$$\left(c^T M_c = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0 \end{bmatrix} = [0.2 \quad 0] \right.$$ rangja 1, tehát kimeneti irányítható.)

$$M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix} ; \quad \det M_o \neq 0,$$ megfigyelhető.

(Az átviteli fv.: $\left(1 + \frac{0.1}{s}\right) \frac{2}{1+10s} = \frac{s+0.1}{s} \frac{2}{1+10s} = \frac{0.2}{s} \cancel{\frac{1+10s}{1+10s}}$)

Megjegyzés: a szabályozó kiejti a szakasz pólusát.

3.) Érzékenységi fv.: $S = \frac{1}{1+CP} = \frac{\Delta T / T}{\Delta P / P}$

Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja az eredő átviteli fv. relatív megváltozását.

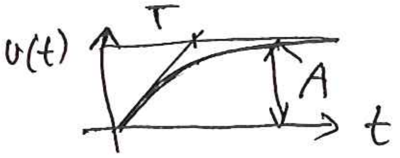
5.) $P(j\omega) = \frac{5}{1+j\omega} e^{-0.2 j\omega}$

$$|P(j\omega)| = \frac{5}{\sqrt{1+\omega^2}} \bigg|_{\omega=3} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}\,\omega - 0.2\omega = -\mathrm{arctg}\,3 - 0.2 \cdot 3_{\,[rad]}$$

$$y = \frac{5}{\sqrt{10}} \sin(3t - \varphi(3))$$

6.) $P(s) = \frac{A}{sT+1}$

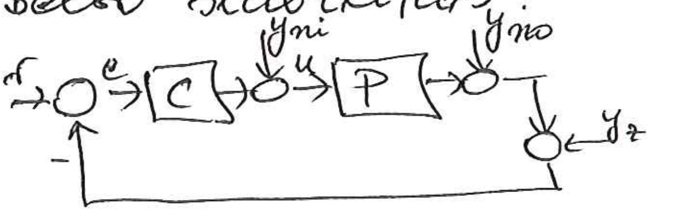


$$v(t) = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s} \frac{A/T}{s + \frac{1}{T}} = A\left(1 - e^{-t/T}\right)$$

1. ZH A megoldás

3A

7.) Belső stabilitás:



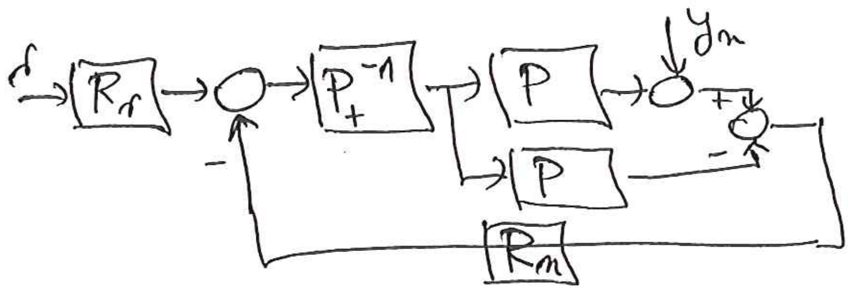
Bármelyik gerjesztésre a rendszer stabilan válaszol, tranziensei lecsengenek.

$$T_t = \begin{bmatrix} \frac{CP}{1+CP} & \frac{P}{1+CP} \\ \frac{C}{1+CP} & \frac{1}{1+CP} \end{bmatrix}$$

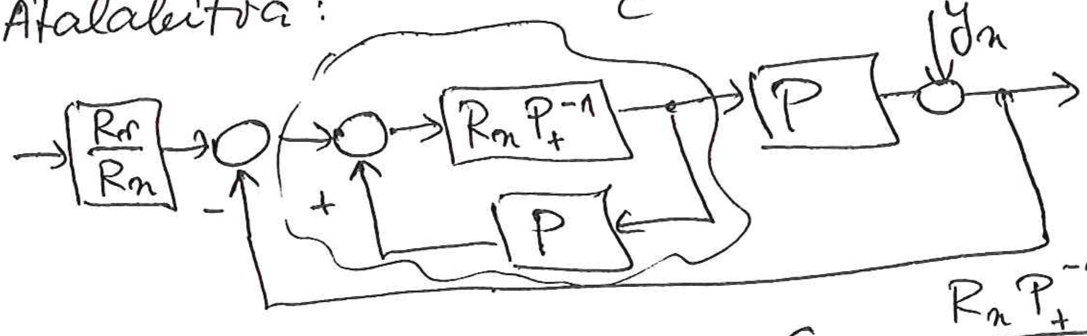
Valamennyi eredő átviteli fv. stabilis kell legyen.

8.) Youla paraméter: $Q = \frac{C}{1+CP}$; $P = P_+ P_-$

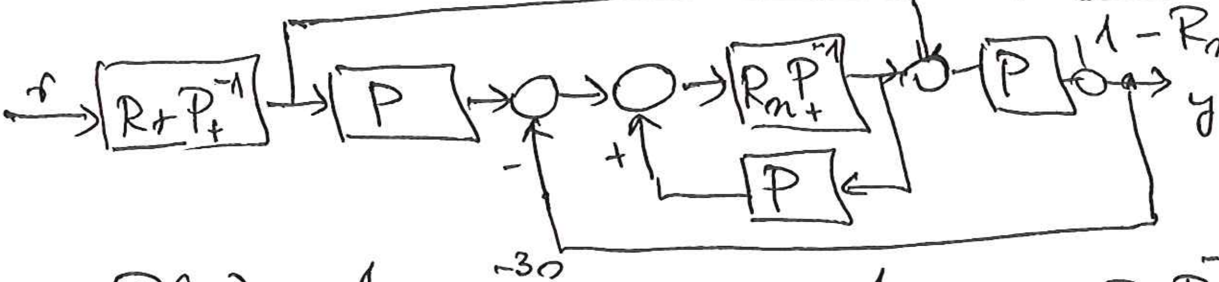
legyen $Q = P_+^{-1}$



Átalakítva:



$$C = \frac{R_n P_+^{-1}}{1 - R_n P_+^{-1} P_+ P_-} = \frac{R_n P_+^{-1}}{1 - R_n P_-}$$



$$P(s) = \frac{1}{1+5s} e^{-3s}$$

$$P_+ = \frac{1}{1+5s}$$

$$P_- = e^{-3s}$$

$$R_r = \frac{1}{1+2s} \; ; \; R_r P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+2s}$$

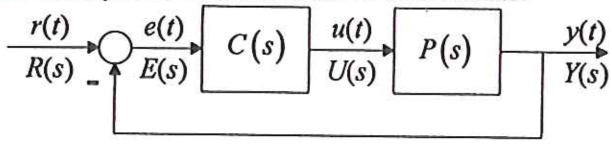
$$R_n = \frac{1}{1+s} \; ; \; R_n P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+s}$$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B CSOPORT

2014.10.21. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



A folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{3}{s}$, a szabályozó átviteli függvénye: $C(s)=\dfrac{3(1+2s)}{s}$. **[4 pont]**

a./ Adja meg a felnyitott kör átviteli függvényét és ábrázolja közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját. Adja meg a fázisszög analitikus kifejezését. Rajzolja be az ábrán a zárt kör közelítő BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját.

b./ Határozza meg a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvényét az y és az r jelek között. Egységugrás alapjelre lesznek-e lengések a kimenőjelben?

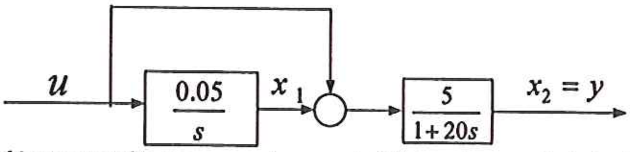
c./ Egységugrás alapjelre adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, $u(0)=?$, $u(t\to\infty)=?$

d./ Mekkora állandósult hibával követi a kimenőjel az egységugrás, sebességugrás és gyorsulásugrás alakú alapjelet?

2. Írja fel az állapotegyenlet alakját. Adja meg az állapotegyenlet transzformálását megadó hasonlósági transzformáció összefüggéseit. Hogyan kell megadni a transzformációs mátrixot a kanonikus átalakításhoz? **[3 pont]**

3. Mi a megfigyelhetőség feltétele? Hogyan állapítható meg az állapotegyenlet kanonikus alakjából? Adja meg a megfigyelhetőség meghatározásának Kálmán feltételét. **[3 pont]**

4. Írja fel az ábrán látható rendszer állapotegyenletét az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



(Segítség: a tárolós tagot valósítsa meg visszacsatolt integrátor segítségével.) Állapotirányítható és megfigyelhető-e a rendszer? Válaszát indokolja! **[4 pont]**

5. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{5}{s}e^{-T_h s}$. A szabályozási körben egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Mekkora T_h holtidőnél kerül a szabályozás a stabilitás határhelyzetébe? **[4 pont]**

6. Egy kéttárolós lengő tag differenciálegyenlete $T^2\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+2\xi T\dfrac{dy(t)}{dt}+y(t)=Au(t)$. Adja meg a tag átviteli függvényét és pólusait. Ábrázolja az átmeneti függvény időbeli lefolyásának jellegét. Rajzolja fel BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramját és határozza meg az amplitúdó értékét az $\omega=1/T$ körfrekvencián. **[4 pont]**

7. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját. Mikor van szakasza a valós tengelyen? A felnyitott kör átviteli függvénye: $L(s)=\dfrac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$. Ábrázolja a gyökhelygörbét. **[4 pont]**

8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+10s}e^{-5s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+4s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+2s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

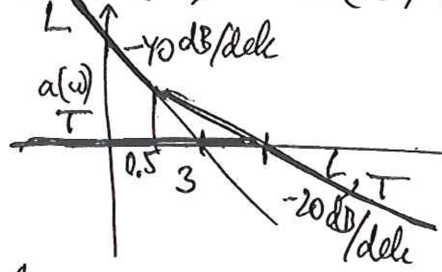
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2014. 10. 21.

B CSOPORT

Megoldás (1B)

1.) $P(s) = \frac{3}{s}$; $C(s) = \frac{3(1+2s)}{s}$

a.) $L(s) = C(s)P(s) = \frac{9(1+2s)}{s^2}$



$\varphi(\omega) = -180° + \mathrm{arctg}\, 2\omega$

b.) $T = \frac{L}{1+L} = \frac{\frac{9(1+2s)}{s^2}}{1 + \frac{9(1+2s)}{s^2}} = \frac{9(1+2s)}{s^2+18s+9}$

Nem lesznek lengések a kimenőjelben, mivel → valós gyökök. $s_{1,2} = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2-36}}{2}$

c.) $u(0) = 6$; $u(t \to \infty) = 0$, mivel a szakasz integráló.

d.) 2-es típusú szabályozó.

$\left.\begin{matrix} r(t) = 1(t) \\ t\,1(t) \end{matrix}\right\}$ hiba nélkül, $r = \frac{t^2}{2} 1(t)$ alapjelet $1/K = 1/9$ hibával követi.

2.) $\dot{x} = Ax + bu$ $\quad \tilde{x} = Tx$

$y = c^T x + du$ $\quad \tilde{A} = TAT^{-1}$; $\tilde{b} = Tb$; $\tilde{c}^T = c^T T^{-1}$; $\tilde{d} = d$.

A kanonikus átalakításhoz T^{-1} oszlopvektorai A sajátvektorai kell legyenek.

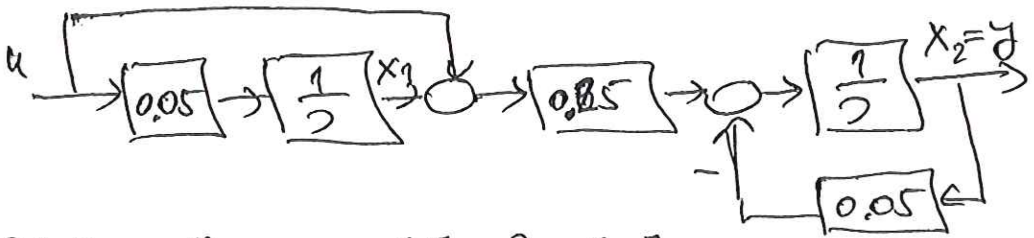
3.) Megfigyelhetőség: A kimenőjelből vissza tudom következtetni valamennyi állapotváltozó kezdeti értékére egymástól függetlenül.

A kanonikus alakból: A sajátértékei különbözőek. c minden oszlopvektora (eleme) nullától eltérő. Kálmán: $M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ \vdots \\ c^T A^{n-1} \end{bmatrix}$ rangja n.

1 ZH B megoldás

(2B)

4.)



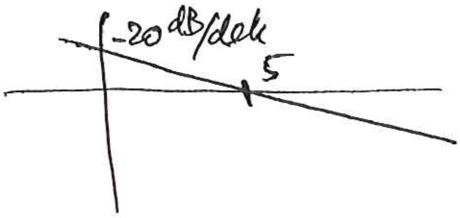
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.25 & -0.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.25 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u$$

$$M_c = \cancel{\begin{bmatrix} b \\ Ab \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix};$$ det $M_c = 0$ nem állapot-irányítható.

$$M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.25 & -0.05 \end{bmatrix};$$ det $M_o \neq 0$, megfigyelhető.

5.) $L(s) = \frac{5}{s} e^{-sT_h}$



$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \omega T_h$$

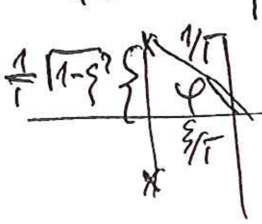
A stabilitás határán $\varphi(\omega_c) = -\pi$

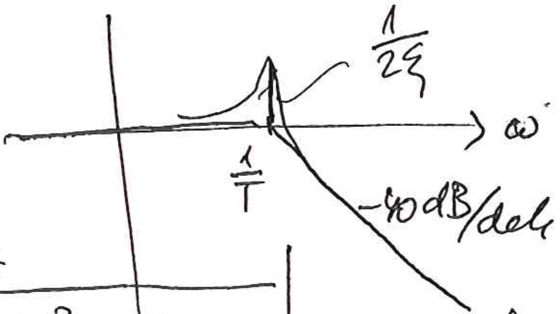
$$\varphi(\omega_c = 5) = -\pi = -\frac{\pi}{2} - 5T_h \quad ; \quad 5T_h = \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{T_h = \frac{\pi}{10}}$$

6.) $P(s) = \frac{A}{1 + 2\xi T s + T^2 s^2}$;

$$s_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$$



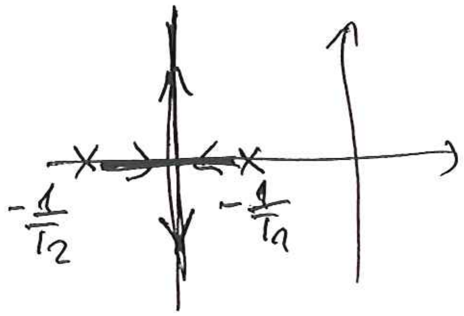


$$|P(j\omega)| = \left| \frac{A}{1 - \omega^2 T^2 + 2\xi T j\omega} \right|_{\omega = \frac{1}{T}} = \frac{A}{2\xi}$$

1 ZH B megoldás

3B

7.) A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusait adja meg, miközben a nyitott rsz.-ben valamelyik paraméter, rendszerint a hurokerősítés 0 és ∞ között változik. A valós tengelyen ott van gyökhelygörbe szakasz, ahol az adott ponttól jobbra páratlan a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege.



8.) Ld. A csoportnál.

$$P(s) = \frac{1}{1+10s} e^{-5s} \;;\quad R_r = \frac{1}{1+4s} \;;\quad R_n = \frac{1}{1+2s}$$

$$P_+ = \frac{1}{1+10s}$$

$$P_- = e^{-5s}$$

$$R_r P_+^{-1} = \frac{1+10s}{1+4s}$$

$$R_n P_+^{-1} = \frac{1+10s}{1+2s}$$