Méréselmélet 1. zárthelyi **2014.04.10.** **(100 perc)** **A**

1. Két konstans érték között ugrásszerűen váltakozó jelet detektálunk két zajos megfigyelésre alapozva. A megfigyelések független, Gauss eloszlású valószínűségi változók *a* és 3*a* (*a*=1) várható értékkel, σ_n=0.3 szórással. H_0 jelzi azt a hipotézist, hogy a jel *a* értékű. Ennek a priori valószínűsége P_0=0.9. H_1 jelzi az a hipotézist, hogy a jel 3*a* értékű. Ennek a priori valószínűsége P_1=0.1. A feltételes sűrűségfüggvények:
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sigma_n}e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma_n^2}} \text{ ill. } \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sigma_n}e^{-\frac{(z-3a)^2}{2\sigma_n^2}}$$
A költségek: $C_{10}=C_{01}=10$; $C_{00}=C_{11}=0$. Határozza meg a döntési küszöb értékét (max. 6 pont)! Mi a feltétele annak, hogy a döntési küszöb 2*a* legyen (max. 2 pont)?
2. Egy megfigyelés aposteriori sűrűségfüggvénye csak a [0,4] intervallumban különbözik nullától. [0,1] között 1/8, majd (1,3) között lineárisan csökken 5/8-adról 1/8-adra, végül [3,4] között konstans. Határozza meg a minimális átlagos négyzetes hibájú becslőt (max. 6 pont)!
3. Mérendő egy ismeretlen paraméter: $z=a+n$. Az ismeretlen *a* paraméter és az *n* zaj Gauss eloszlású, ismert várható értékkel és varianciával. $E\{a\}=\mu_a$, $\mathrm{var}\{a\}=\sigma_a^2$, $E\{n\}=0$, $\mathrm{var}\{n\}=\sigma_n^2$. Használja a maximum a posteriori (MAP) becslés technikáját, és adja meg a paraméter legjobb MAP becslését (max. 5 pont)! Bizonyára ismeri, hogy:
$$\left.\frac{\partial f(a|z)}{\partial a}\right|_{a=\hat{a}_{MAP}}=0,\ f(a|z)=\frac{f(z|a)f(a)}{f(z)}.$$
4. Vezesse le az adaptív lineáris kombinátor esetére érvényes Wiener-Hopf egyenletet (max. 4 pont)! Legyen $X^T(n)=[\sin(2\pi n/N) \quad \sin(2\pi(n-1)/N)]$, azaz egy szinuszos hullámforma két egymás utáni mintája. $y(n)=\cos(2\pi n/N)$. Hogyan válasszuk meg a $W^T(n)=[w_0(n) \quad w_1(n)]$ paramétereket ahhoz, hogy a közelítés négyzetes hibája minimális legyen (max. 4 pont)?
5. Vezesse le, hogyan vezetjük vissza az adaptív IIR szűrők problémáját adaptív FIR szűrési problémára (max. 3 pont)!
6. Vezesse le a skalár Kalman szűrő optimális paramétereit megadó ortogonalitási feltételeket (max. 3 pont)!
7. Egy autonóm diszkrét idejű rendszer állapotátmenet mátrixa: A=diag<1, -1>, megfigyelési mátrixa C=[0.1, 0.1]. Megfigyelőt tervezünk. Tegyen javaslatot a G mátrix elemeinek értékére (A diag<...> jelölés diagonális mátrixot jelöl, melynek csak a főátlóban vannak nullától különböző elemei.) (max. 4 pont)!
8. Vezesse le a csúszó-ablakos átlagolás összefüggését, és amplitúdó-karakterisztikáját (max. 3 pont)!