

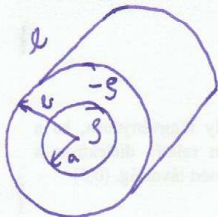
NÉV: _____

Neptun kód: _____

Előadó: Márkus / Sarkadi

- 1 Adott egy a sugarú, $+\rho$ térfogati töltéssűrűséggel rendelkező, l hosszúságú henger. Ezt körülveszi egy $-\rho$ térfogati töltéssűrűséggel rendelkező héj, melynek belső felülete a , külső felülete b sugarú. Feltételezzük, hogy $l \gg a$

- a) Hogyan válasszuk meg b -t, hogy a töltéselrendezésen kívül az elektromos tér nulla legyen? (1)



Külső elektromos tér nulla, ha az elválasztás teljes töltése 0

$$\Sigma Q = V_{\text{mag}} \rho - V_{\text{héj}} \rho = 0 \Rightarrow V_{\text{mag}} = V_{\text{héj}}$$

$$a^2 \pi \cdot l = (b^2 \pi - a^2 \pi) \cdot l \Rightarrow b^2 = 2a^2 \Rightarrow \boxed{b = \sqrt{2} a}$$

- b) Határozzuk meg az elektromos tér $E(r)$ nagyságát a henger tengelyétől mért r távolság függvényében a pozitív töltésű hengeren belül! ($r < a$) (1)



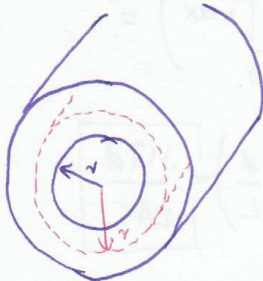
nimménia doblból: $\oint \vec{E} d\vec{A} = 2\pi l E$

$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{\Sigma Q}{\epsilon_0}$$

$$\Sigma Q = r^2 \pi l \rho \Rightarrow 2\pi l E = \frac{r^2 \pi l \rho}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E_{(r)} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r \quad 0 < r < a}$$

- c) Határozzuk meg az elektromos tér $E(r)$ nagyságát a henger tengelyétől mért r távolság függvényében a héjban! ($a < r < b$) (1)



$$\oint \vec{E} d\vec{A} = 2\pi l E \quad (\text{nimménia doblból})$$

$$\Sigma Q = a^2 \pi \cdot l \rho + (r^2 \pi - a^2 \pi) l \cdot (-\rho) =$$

$$\Sigma Q = \rho \pi l (2a^2 - r^2)$$

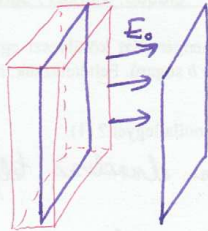
$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{\Sigma Q}{\epsilon_0}$$

$$2\pi l E = \rho \pi l (2a^2 - r^2) \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E_{(r)} = \left(\frac{2a^2}{r} - \frac{r}{2} \right) \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad a < r < b}$$

2. Adott egy síkkondenzátor, melynek fegyverzetei A területűek, a fegyverzetek távolsága d . A kondenzátor töltése Q .

- a) Mekkora a fegyverzetek közötti elektromos tér, ha a lemezek között vákuum van? (1)



$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

\Downarrow

$$E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$E_c = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

- b) Határozza meg a lemezek között kialakuló elektromos tér $E(x)$ nagyságát a hely függvényében, ha a lemezek közé INHOMOGÉN dielektrikum lemezt helyezünk! A dielektrikum relatív dielektromos állandója a $\epsilon_r(x) = 1 / (1 + x/d)$ függvény szerint változik, ahol x az egyik lemeztől mért távolság. (0,5)

$$E(x) = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{Q}{A\epsilon_0} \cdot \left(1 + \frac{x}{d}\right)$$

- c) Mekkora feszültség mérhető a dielektrikummal töltött kondenzátor fegyverzetei között? (1) Mekkora a kondenzátor kapacitása? (0,5)

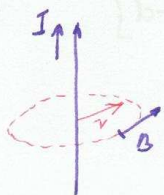
$$U = - \int_d^0 E(x) dx = \int_0^d E(x) dx = \frac{Q}{A\epsilon_0} \left(\int_0^d 1 dx + \frac{1}{d} \int_0^d x dx \right) =$$

$$U = \frac{Q}{A\epsilon_0} \left([x]_0^d + \frac{1}{d} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^d \right) = \frac{Q}{A\epsilon_0} \left(d + \frac{d}{2} \right) = \frac{3Qd}{2A\epsilon_0}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2A\epsilon_0}{3d}$$

- 3 Adott egy hosszú egyenes vezető, melyben I áram folyik. A vezetővel párhuzamosan, vele egy síkban fekszik egy b szélességű vezető szalag, melyben szintén I áram folyik az egyenes vezetővel megegyező irányban. A szalag közelebbi éle a távolságra van az egyenes vezetőtől.

- a) Határozza meg a hosszú egyenes vezető által keltett mágneses tér indukcióvektorának $B(r)$ nagyságát az egyenes vezetőtől mért r távolság függvényében! (0,5)




$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$ forgási szimmetria miatt: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B$

\Downarrow

$2\pi r B = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

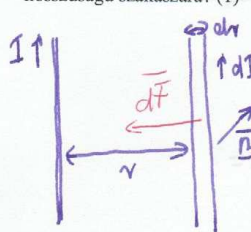
- b) Válasszuk ki a vezető szalagnak egy igen keskeny, dr szélességű sávját, mely r távolságra van a hosszú egyenes vezetőtől. Mekkora, dI áram folyik a szalag általunk kiválasztott keskeny sávjában? Feltételezzük, hogy a vezető szalagban homogén az áramsűrűség. (0,5)



egyenletes áramsűrűség:

$dI = I \cdot \frac{dr}{b}$

- c) Mekkora dF erőt fejt ki az egyenes vezető mágneses tere a b) feladatban kiválasztott keskeny sáv / hosszúságú szakaszára? (1)

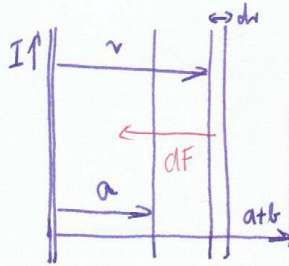


$d\vec{F} = dI \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B})$ mivel $\vec{\ell} \perp \vec{B}$

$|dF| = dI \cdot \ell \cdot B = I \cdot \frac{dr}{b} \cdot \ell \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$dF = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi b} \cdot \frac{1}{r}$

- c) Mekkora erővel vonzza egymást a hosszú egyenes vezető és a vezető szalag / hosszúságú szakasza? (1)



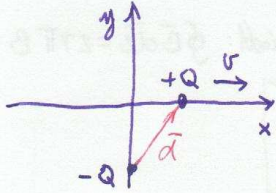
$F = \int dF \Rightarrow \int_a^{a+b} dF$

$F = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi b} \int_a^{a+b} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi b} \left[\ln r \right]_a^{a+b}$

$F = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi b} \cdot \ln \frac{a+b}{a}$

4. Egy xy koordináta-rendszer $[0; -d]$ koordinátájú pontjában rögzítünk egy $-Q$ ponttöltést. Az x tengelyen egyenletes v sebességgel mozgatunk egy $+Q$ ponttöltést, mely a $t=0$ időpillanatban halad át az origón.

a) Írja fel az elrendezés dipólmomentum-vektorát az idő függvényében, koordinátás alakban! (1,5)



$$\vec{r}_1 = [v \cdot t; 0] \quad \vec{r}_2 = [0, -d]$$

$$\vec{d} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = [v \cdot t; d]$$

$$\vec{P} = Q \cdot \vec{d} = Q [v \cdot t; d]$$

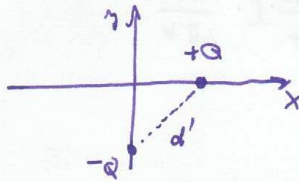
b) Mekkora a ponttöltések közt ébredő erő maximuma? (0,5)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{|\vec{d}|^2} \quad F \text{ maximális, ha } |\vec{d}| \text{ minimális.}$$

$$t=0 \text{ pillanatban } |\vec{d}| = d$$

$$F_{\max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2}$$

c) Melyik időpillanatban ébred a ponttöltések közt a maximális erő fele? (1)



$$\frac{F_{\max}}{2} = F(t) \quad t=?$$

$$F_{\ominus} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{d^2 + v^2 t^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2 + v^2 t^2}$$

$$\frac{1}{2d^2} = \frac{1}{d^2 + v^2 t^2}$$

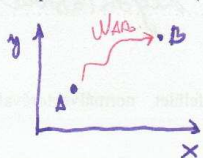
$$2d^2 = d^2 + v^2 t^2$$

$$t^2 = \frac{d^2}{v^2} \Rightarrow$$

$$t = \pm \frac{d}{v}$$

Kifejtendő kérdések

1. Származtassa az elektromos feszültség fogalmát a mechanikai munka fogalmából! Készítsen magyarázó ábrát, írjon fel matematikai összefüggést, nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1,5) Írja fel a ponttöltés potenciálterét megadó összefüggést! (0,5) Hol található a nulla potenciálú pont a ponttöltés terében? (0,5) Rajzoljon fel ekvipotenciális felületeket egy ponttöltés terében! (0,5)



Q : az A pontból a B pontba mozgató ponttöltés töltése

W_{AB} : az elektromos tér ellenében végzett munka a mozgató's során

Feszültség: $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$

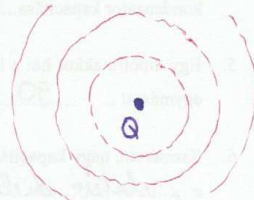
• Potenciál a ponttöltés terében:

$$U(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

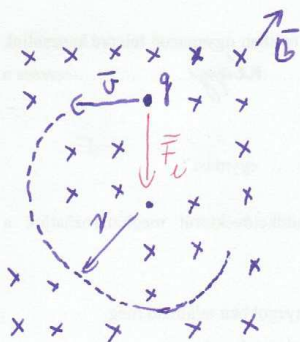
Nulla potenciál a végtelen távoli pontban:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = 0$$

• Ekvipotenciális felületek a ponttöltés terében: Koncentrikus gömbök



2. Homogén mágneses térben körpályára állítunk töltött részecskéket. Milyen erő tartja a részecskéket körpályán? Definiálja az erő matematikai összefüggéssel! (0,5) Írja fel a részecskék mozgásegyenletét! (1) Mutassa meg, hogy a keringési idő nem függ a részecskék sebességétől! (1,5)



Lorentz-erő $\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$

Mozgásegyenlet: $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_L = m\vec{a}_c$

Mivel: $\vec{B} \perp \vec{v}$ $qv \cdot B = m \frac{v^2}{r}$

$$\Downarrow$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{\text{körület}}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot \frac{mv}{qB}}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Semleges töltésű fémdarab közelébe helyezünk egy pozitív töltésű üvegrudat. A fém üvegrúdhoz közelebbi fele negatív, másik fele pozitív töltésű lesz. A jelenséget *elektronos megosztásnak* nevezzük.
2. Az elektromos térerősség vektorok az ideális vezetők felületén a felület normálvektorával *0 fokban* szöget zárnak be.
3. Elektromos töltött fém felületén a térerősség annál *nagyobb* minél *kisebb* a fémfelület görbületi sugara.
4. Egy hengerkondenzátor belső hengerének sugarát nem változtatjuk, külső hengerének sugarát növeljük. A kondenzátor kapacitása *csökken*.
5. Egy dipólra akkor hat a legnagyobb forgatónyomaték, ha a dipólmomentum-vektor és a térerősség vektor egymással *90 fokban* szöget zár be.
6. Kisméretű, nagy kapacitású kondenzátor készítéséhez olyan dielektrikumot kell választani, amelynek nagy a *relatív dielektrikus állandója*.
7. Ha a vezetőben folyó áram erőssége nem arányos a vezetőre kapcsolt feszültséggel, a vezetőre nem teljesül az *Ohm-törvény*.
8. Két egyforma ellenállást sorba, majd párhuzamosan kötünk. Mindkét esetben ugyanazon telepre kapcsoljuk őket. Párhuzamos kapcsolás esetén a telep által leadott teljesítmény *négy*-szerese a soros kapcsolás esetén mértnek.
9. Áramjárta tekercs szomszédos menetei *vonzzák* egymást.
10. Áramjárta vezető kicsiny darabja által keltett mágneses tér indukcióvektorát meghatározhatjuk a *Biot-Savart-törvény* segítségével.
11. A mágneses doménszerkezet a *ferritmágneses* anyagokban található meg.
12. Kemény és lágy mágneses anyagok között különbséget tehetünk *histerézis*-görbéjük alapján.