

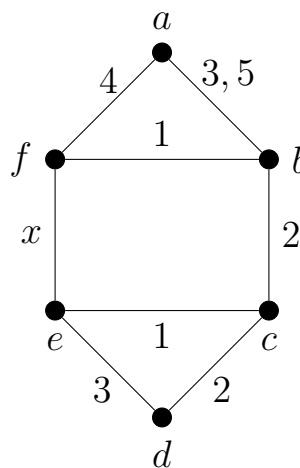
A válaszokat indokolni kell, de a feladatokban szereplő tanult algoritmusokat nem kell részletesen leírni, elég csak azokat a részeket kifejtteni, amelyek az indokláshoz szükségesek.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 2$ hosszú A tömb. Igaz-e, hogy ez a kód $O(n)$ -es, ha egy lépésnek az összehasonlítás, az összeadás és az értékadás számít? Ha igaz, akkor lássa be ezt, ha pedig nem igaz, akkor lássa be, hogy $O(n^2)$ -es.

```
        ciklus i = 0-tól (n-1)-ig:
            ha A[i] > 0:
                ciklus amíg A[i] < 5:
                    A[i] := A[i] + 1
                ciklus vége
            ciklus vége
```
2. (a) Adja meg a bináris keresőfa definícióját (elég a bináris keresőfa tulajdonságot leírnia, nem kell definiálni azt, hogy mi a bináris fa).
(b) Írja le, hogy hogyan kell beszúrni egy új elemet bináris keresőfába. Mennyi ennek az eljárásnak a lépésszáma és miért?
3. Egy irányított gráf élei a következők: $AB, AC, BG, CB, CD, CG, DA, DE, DF, EF, GD, GF$. Ebben a gráfban BFS-t (szélességi bejárást) futtatunk az A kezdőcsúcsból úgy, hogy ha bármikor választási lehetőség adódik, akkor az ábécé szerint előbb levő csúcsot választjuk.

(a) Milyen sorrendben járjuk be a csúcsokat és mi lesz a kapott BFS fa? (Indokolni ezt nem kell, elég a sorrend és a fa megadása.)
(b) Hogyan néz ki a *honnán* tömb a BFS futásának a végén? Indoklásképpen írja le röviden, hogy mit tárol a *honnán* tömb.
(c) Adja meg a Q sor állapotát a kód futásának kezdetén, majd minden egyes csúcs bejárása után. Indoklásképpen röviden írja le, hogy a Q sornak mi a szerepe a kódban.
4. A G irányított, élsúlyozott gráf élei a következők (zárójelben az élsúlyok):
 $ac(8), af(7), bf(11), cd(10), ce(7), cf(6), eb(-5), ed(2), ef(3)$.
Ebben a gráfban az órán tanult, DAG-ban leghosszabb utat kereső algoritmust futtatjuk a -ból az a, c, e, b, d, f topologikus sorrendet használva. Az a, c, e, b, d csúcsokba vezető leghosszabb utak hosszát már meghatároztuk: $leghosszabb[a] = 0$,
 $leghosszabb[c] = 8$, $leghosszabb[e] = 15$, $leghosszabb[b] = 10$, $leghosszabb[d] = 18$.
Hogyan kapjuk meg $leghosszabb[f]$ -et a tanult eljárással ezekből az adatokból? A megoldásából látszódjon, hogy hogyan használja a tanult eljárást.

5. Az alábbi gráfon, ahol az x élsúly nem ismert, futtatva Kruskal algoritmusát az első három él, amit az eljárás beválaszt: bf, ec, bc . Adja meg x összes lehetséges értékét (röviden indokolva válaszát) és írja le, hogy mely éleket és milyen sorrendben választja be ezután az algoritmus és miért.



6. Egy kezdetben üres, 11 méretű hash táblába nyílt címzéssel, lineáris próbával szűrtünk be nyolc egész számot, a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. A beszúrások után két számot kitöröltünk a táblából, a törlések helyét * jelzi. Mutassa meg, hogy miért nem lehetséges, hogy az eljárás végén az alábbi táblát kaptuk:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16	*		14	6	*	17			9	21

7. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú, irányítatlan G gráf és adott egy, a csúcsokkal indexelt R tömbben a csúcsok egy részhalmaza oly módon, hogy ha a v csúcs nincsen benne a részhalmazban, akkor $R[v] = 0$, ha pedig v benne van a részhalmazban, akkor $R[v] = 1$.

Azt szeretnénk eldönteni, hogy igaz-e, hogy egyetlen él sem fut R -beli csúcsok közt a gráfban.

Adjon erre a feladatra $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust.

8. Egy A szomszédossági mátrix-szal adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi az átlagos idő, ami az út megtételéhez autóval szükséges. Adott továbbá egy másik B mátrix is, ami azt adja meg minden közvetlen útra, hogy mekkora a legnagyobb magasságú autó, amivel elakadás nélkül át lehet haladni az adott szakaszon: a B mátrix i -edik sorának, j -edik oszlopában álló $B[i, j]$ érték mutatja a legnagyobb magasságot, amivel még megtehető az i csomópontból a j csomópontba vezető közvetlen út.

Adott a gráfban két kijelölt csúcs, X és Y . Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk találni a leggyorsabban megtehető olyan utat X -ből Y -ba, amit legfeljebb 350 centiméter magas autóval meg lehet tenni? (Itt n szokásos módon a gráf csúcsainak számát jelöli.)