MEGOLDÁSOK

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, A csoport
2010.12.10. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{1}{1+50s}e^{-20s}$. Tervezzen PI szabályozót a szakaszhoz póluskiejtési technikával 60°-os fázistöbbletre!
a./ Adja meg a szabályozó átviteli függvényét!
b./ Vázolja fel a felnyitott kör Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe)! Adja meg a vágási körfrekvenciát!
c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét! Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét! **5 pont**

2. Egy folytonos szakasz átviteli függvénye legyen: $P(s)=\frac{1}{(1+5s)(1+10s)}=\frac{Y(s)}{U(s)}$.
Részlettörtekre bontás alapján adja meg a folyamat állapotteres modelljét! A $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}=[1 \quad 3]$ erősítési vektoron keresztül a fenti állapotváltozókkal negatív állapotvisszacsatolást alkalmazva határozza meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a zárt rendszer pólusait! **5 pont**

3. Származtassa az $\boldsymbol{x}[k+1]=\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k]+\boldsymbol{g}u[k]$ diszkrét állapotegyenlet $\boldsymbol{F}$ mátrixát és $\boldsymbol{g}$ vektorát a folytonos rendszer állapotegyenletének $\boldsymbol{A}$ mátrixából és $\boldsymbol{b}$ vektorából! **4 pont**

4. Adja meg a z-transzformáció definícióját! Hova képezi le a z-transzformáció az s komplex sík imaginárius tengelyét? Hova képezi le az $s_1=0$ és az $s_2=-3$ pontokat? A mintavételezési idő legyen T_s. Adja meg egy jel z-transzformáltjának kifejezését! Adja meg a mintavételezett egységugrás jel z-transzformáltját! **4 pont**

5. Legyen egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\frac{0.01(z+0.8)}{(z-0.8)(z-0.2)}$.
a./Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét!
b./A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye legyen: $C(z)=3\frac{(z-0.8)(z-0.2)}{(z-1)z}$. Milyen jellegű kompenzációnak felel meg ez? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét!
c./ Egységugrás alapjelre a zárt körben adja meg a folyamat kimenőjelének és a beavatkozójelnek a kezdeti és a végértékét! **5 pont**

6. Számítson ki a $P(s)=\frac{-10}{(s+2)(s-5)}$ átviteli függvényű labilis folyamathoz egy stabilizáló állapotvisszacsatoló vektort ! (Használja az órán tanult tükrözéses módszert!) **4 pont**

7. Írja le röviden az adaptív szimplex tiszta kereső módszer működését! Mit nevezünk explicit és implicit korlátozásnak? **3 pont**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2010.12.10.
2. ZH MEGOLDÁS A CSOPORT

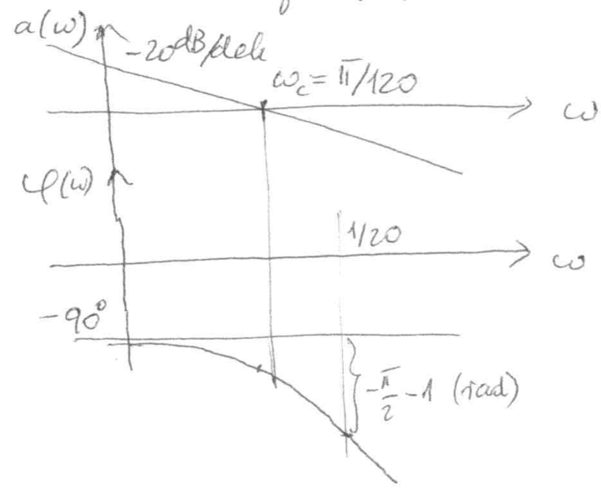
1.) $P(s) = \frac{1}{1+50s} e^{-20s}$

a.) $\boxed{C_{PI}(s) = k_c \frac{1+50s}{50s}}$; $L(s) = C_{PI}(s) \cdot P(s) = \frac{k_c}{50s} e^{-20s}$

$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - 20\,\omega_c = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{\pi}{120}}$

$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{k_c}{50\,\omega_c} \Rightarrow \boxed{k_c = \frac{50\pi}{120} = \frac{5\pi}{12}}$

b.) Bode diagram:

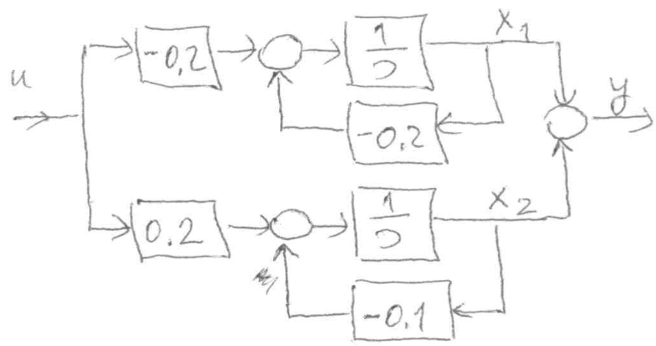


c.) Típusszám: 1

$y(0) = 0$; $y(t\to\infty) = 1$

$u(0) = k_c$; $u(t\to\infty) = 1$.

2.) $P(s) = \frac{1}{(1+5s)(1+10s)} = \frac{\alpha}{1+5s} + \frac{\beta}{1+10s}$; $\alpha = -1$, $\beta = 2$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0{,}2 & 0 \\ 0 & -0{,}1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -0{,}2 \\ 0{,}2 \end{bmatrix}}_{b} u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}}_{c^T} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{0}_{d} \cdot u$$

Kar. egy.: $\det(sI - A + b k^T) = 0$

$$\det\left\{ \begin{bmatrix} s+0.2 & 0 \\ 0 & s+0.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0{,}2 \\ 0{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} s & -0.6 \\ 0.2 & s+0.7 \end{bmatrix} = 0$$

A zárt rsz. pólusai:

$s^2 + 0.7s + 0.12 = 0$; $s_{1,2} = \frac{-0.7 \pm 0.1}{2}$ → -0.3, -0.4

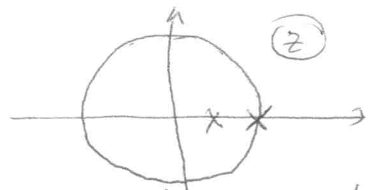
2. ZH MEGOLDÁS
A CSOPORT

3.) $x[k+1] = F\,x[k] + g\,u[k]$

$$F = e^{AT_0} \; ; \quad g = \int_0^{T_0} e^{A\lambda}\, d\lambda\, b$$

Ha A invertálható, $g = A^{-1}\left(e^{AT_0} - I\right) b$

4.) $z = e^{sT_0}$



Az imaginárius tengely az egységsugarú körbe képződik le.

$s_1 = 0 \implies z_1 = 1$

$s_2 = -3 \implies z_2 = e^{-3T_0}$;

$$f(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT_0)\, z^{-i}$$

$$\mathcal{Z}\{1(t)\} = \frac{z}{z-1}.$$

5.) $$G(z) = \frac{0{,}01(z+0{,}8)}{(z-0.8)(z-0{,}2)}.$$

a.) $$k_{stat} = \frac{0{,}01(1+0.8)}{(1-0.8)(1-0.2)} = \frac{0{,}9}{8} = 0{,}1125 = G(z=1)$$

b.) PID kompenzáció.

$$\frac{u(z)}{e(z)} = 3\,\frac{(1-0{,}8z^{-1})(1-0{,}2z^{-1})}{1-z^{-1}} = 3\,\frac{1-z^{-1}+0.16z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

$$u(nT_0) = 3e(nT_0) - 3e((n-1)T_0) + 0{,}48\,e((n-2)T_0) + u((n-1)T_0)$$

c.) $y(0) = 0$; $y(t\to\infty) = 1$; $u(0) = 3$; $u(t\to\infty) = 1/k_{stat} = \frac{1}{0.1125} = 8{,}88$

6.) $$P(s) = \frac{-10}{(s+2)(s-5)} = \frac{-10}{\mathcal{A}(s)}$$

ahol $\mathcal{A}(s) = (s+2)(s-5) = s^2 - 3s - 10 = s^2 + a_1 s + a_2$

A labilis $p_2 = 5$ pólust tükrözzük a képzetes tengely $p_2 = -5$ bal fél síkjára. Ezzel a tervezési polinom legyen

$$\mathcal{R}(s) = (s+2)(s+5) = s^2 + 7s + 10 = s^2 + r_1 s + r_2$$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$$k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [7-(-3) \quad 10-(-10)] = [10 \quad 20]$$

7.) Ld. jegyzet 384-386. old.

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, B csoport

2010.12.10. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)}$.

a./ Adja meg a póluskiejtéses PID szabályozó algoritmusát. A szabályozó átviteli tényezője k_c, PD részének túlvezérlési aránya 5.

b./ Határozza meg k_c azon értékét, amelynél a zárt kör kéttárolós lengő taggal megadható eredő átviteli függvényében a csillapítási tényező $\xi = 0.6$!

c./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

d./ Mekkora állandósult hibával követi a szabályozott jellemző a sebességugrás és a gyorsulásugrás alapjelet? **5 pont** ☐

2. A lineáris folytonos rendszer állapotmátrixai: $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}, d$. Adja meg a nyitott rendszer karakterisztikus egyenletét. Állapotvisszacsatolásos szabályozót alkalmazunk $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ visszacsatoló vektorral. Adja meg az állapotvisszacsatolásos rendszer blokk-diagramját és karakterisztikus egyenletét! Hogyan módosul a struktúra megfigyelő alkalmazásával? **5 pont** ☐

3. Vezesse le a diszkrét rendszer
$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}[k+1] &= \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}[k]+\boldsymbol{g}u[k]\\ y[k] &= \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}[k]+du[k]\end{aligned}$$
állapotegyenletéből a $G(z)$ impulzusátviteli függvényt! **4 pont** ☐

4. Számítsa ki a $P(s)=\dfrac{-6}{(s+3)(s-2)}$ átviteli függvényű folyamatot stabilizáló állapovisszacsatoló $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$ vektort! Használja az órán tanult labilis pólust tükröző módszert! **4 pont** ☐

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\dfrac{0.01(z+0.5)}{(z-1)(z-0.2)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z)=5\dfrac{z-0.2}{z}$.

a./ Milyen jellegű kompenzációt alkalmazunk? Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.

b./ Adja meg a zárt körben a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha bemenőjele mintavételezett egységugrás.

c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja! **5 pont** ☐

6. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=\dfrac{0.2z^{-2}}{1-0.8z^{-1}}z^{-2}$. Számítsa ki a optimális Youla-szabályozót a $G_r = G_n = 1$ esetre, ha a zavarelhárítás tervezési referencia modellje $R_n(z)=\dfrac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$! **4 pont** ☐

7. Írja le röviden az adaptív szimplex tiszta kereső módszer működését! Mit nevezünk explicit és implicit korlátozásnak? **3 pont** ☐

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2010.12.10 1

2. ZH MEGOLDÁS B CSOPORT

1.) $P(s) = \dfrac{1}{(1+5s)(1+10s)}$; $L(s) = C \cdot P = \dfrac{k_c}{10s(1+s)}$

a.) $C(s) = k_c \dfrac{1+10s}{10s} \cdot \dfrac{1+5s}{1+s}$; $T(s) = \dfrac{L}{1+L}$

$$T(s) = \frac{\dfrac{k_c}{10s(1+s)}}{1+\dfrac{k_c}{10s(1+s)}} = \frac{k_c}{10s(1+s)+k_c} = \frac{1}{1+\dfrac{10}{k_c}s+\dfrac{10}{k_c}s^2}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+2\xi T s + T^2 s^2}\,; \quad 2\xi T = \frac{10}{k_c}\,; \quad T^2 = \frac{10}{k_c}$$

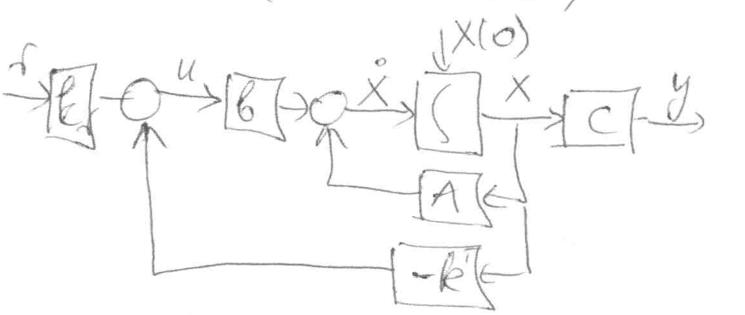
b.) $2\xi\sqrt{\dfrac{10}{k_c}} = \dfrac{10}{k_c} \Rightarrow k_c = \dfrac{10}{4\xi^2} = \dfrac{5}{2 \cdot 0{,}36} = 6.94$

c.) $y(0)=0$; $y(t\to\infty)=1$

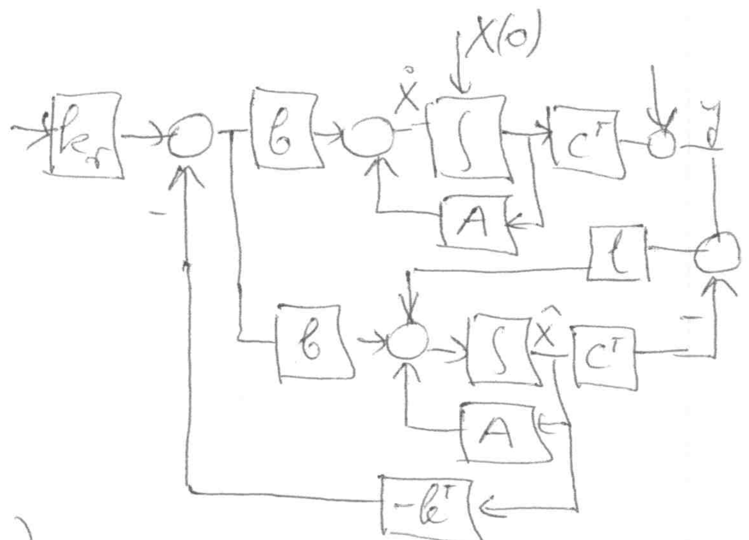
$u(0) = 5 \cdot k_c$; $u(t\to\infty)=1$

d.) A $t \cdot 1(t)$ alapjel követési hibája $10/k_c$.
A gyorsulásugrást a rendszer nem tudja követni.

2.) $\det(sI-A)=0$ (kar. egy.)
állapotvisszacsatolással:
$\det(sI - A + b k^T) = 0$



Megfigyelővel:



3.) $zX(z) = Fx(z) + gu(z)$

$X(z) = (zI-F)^{-1} g\, u(z)$

$y(z) = \left[c^T (zI-F)^{-1} g + d\right] u(z)$

Tehát $\quad G(z) = c^T (zI-F)^{-1} g + d$

2. ZH MEGOLDÁS
B CSOPORT

4.) $$P(s)=\frac{-6}{(s+3)(s-2)}=\frac{-6}{A(s)}$$

ahol $A(s)=(s+3)(s-2)=s^2+s-6=s^2+a_1 s+a_2$

A labilis $p_2=2$ pólust tükrözzük, $p_2=-2$ legyen.

Ezzel a tervezési polinom legyen

$$R(s)=(s+3)(s+2)=s^2+5s+6=s^2+r_1 s+r_2$$

Az állapotvisszacsatoló vektor:

$$k^T=[r_1-a_1 \quad r_2-a_2]=[5-1 \quad 6-(-6)]=[4 \quad 12]$$

5.) a.) PD kompenzáció.

$$\frac{u(z)}{e(z)}=5(1-0.2z^{-1})\,; \quad u[k]=5e[k]-e[k-1]$$

b.) $u[0]=5$; $u[t\to\infty]=0$ (mivel a szakaszban van integrátor).

c.) $$L(z)=C(z)\cdot G(z)=5\cdot\frac{0.01(z+0.5)}{z(z-1)}$$

A karakterisztikus egyenlet:

$$1+L(z)=0=1+\frac{0.05(z+0.5)}{z(z-1)}=0$$

$$z^2-z+0.05z+0{,}025=0$$

$$z^2-0.95z+0.025=0 \Rightarrow z_{1,2}=0.475\pm\sqrt{0.2}$$

$|z_{1,2}|<1$; Stabilis.

6.) $$G(z)=\frac{0{,}2z^{-2}}{1-0.8z^{-1}}\cdot z^{-2}$$

(323. old.)

Tehát

$$G_+=\frac{0{,}2z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}\,;\quad G_-=1\,;\quad d=3\,;\quad R_n=\frac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}$$

$$C_{opt}=\frac{R_n G_+^{-1}}{1-R_n G_- z^{-d}}=\frac{\frac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}\,\frac{1-0.8z^{-1}}{0{,}2z^{-1}}}{1-\frac{0{,}5z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}}\,z^{-3}}=2{,}5\frac{1-0{,}8z^{-1}}{1-0{,}5z^{-1}-0{,}5z^{-4}}$$

7.) Jegyzet 384–386. old.