

## A1 gyakorlat, 2005-2006/1., 12. hét

2005. XI. 29–XII. 2. Határozott integrál

1. A következő feladatokban számítsd ki a sorozatok határértékét!

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{1}{n})^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{2}{n})^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{n-1}{n})^2}} \right) = ?$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{2k+1}{2n}} = ?$$

2. Alapintegrálokra vezető feladatok

$$(a) \int_1^3 \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2} dx$$

$$(b) \int_0^2 \sqrt{e^{3t}} dt$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$$

$$(d) \int_{-\ln(2)}^0 \tanh^2(x) dx$$

$$(e) \int_5^{10} \frac{dx}{x}$$

$$(f) \int_0^2 e^{|2x-1|} dx$$

$$(g) \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{dx}{\cos^2(2x)}$$

3. Helyettesítéses integrálás

$$(a) \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

$$(b) \int_1^4 \frac{(1+\sqrt{x})^4}{\sqrt{x}} dx$$

$$(c) \int_1^2 \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2} dx \quad (x = \frac{1}{t})$$

$$(d) \int_0^{\ln(3)} \frac{dx}{\cosh(x)} \quad (e^x = t)$$

$$(e) \int_0^1 x^2 \sqrt{16 - x^2} dx \quad (t = 16 - x^2)$$

4. Parciális integrálás

$$(a) \int_0^3 \operatorname{atan}\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$(b) \int_1^e \ln(x) dx$$

$$(c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

$$(d) \int_1^5 \operatorname{acot}\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

$$(e) \int_0^{\pi} e^{-x} \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx \quad (\text{kétszer parc. int.})$$

5. Integrálfüggvény

$$(a) \frac{d}{dx} \int_{-2}^x \cos(t^2) dt = ?$$

$$(b) \frac{d}{dx} \int_1^{\ln(x)} \operatorname{acot}(r) dr = ?$$

$$(c) \frac{d}{dx} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} \frac{dt}{1+e^t} = ?$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \ln(t) dt}{(x-1)^2} = ?$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos(t^2) dt - x}{x^5} = ?$$