
1. gyakorlat

Logikai műveletek, bizonyítási módszerek

1. Tagadjuk az alábbi mondatokat:

- a) Ma moziba megyünk és fagyizunk.
- b) Esik a hó vagy hideg van.
- c) Minden héten van olyan nap, amikor úszni megyek.
- d) Van olyan hét, amikor minden nap úszni megyek.
- e) "Nincs olyan szerelem, aki el nem múlik."
- f) Ha hétfőn futunk, akkor futunk kedden is.
- g) Ha hétfőn nem futunk, akkor futunk kedden.
- h) Értéktáblázat segítségével igazoljuk: $A \implies B = \neg B \implies \neg A$

2. Indirekt bizonyítás: 1. előadás: 1. feladat

3. Teljes indukció: 1. előadás: 2., 8., 9.c) feladat

4. Skatulyaelv: 1. előadás: 4., 6., 10., 11.

Számtani és mértani sorozatok

1. Számítsuk ki

- a) a kétjegyű páros számok összegét;
- b) a háromjegyű páratlan számok összegét.

2. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 30-cal kevesebb, mint a következő három tag összege. Az első hat tag összege 60. Határozzuk meg a sorozat első tagját és differenciáját.

3. Legyen az (a_n) számtani sorozat, melyben $a_5 = 17$ és $a_7 = 10$. Határozzuk meg a sorozat első tagját, differenciáját, és a sorozat első nyolc tagjának összegét.

4. Egy derékszögű háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög területe 150 cm^2 . Mekkora az oldalak?

5. Egy könyvszekrény polcain, alulról fölfelé számtani sorozat szerint növekvő darabszámú könyv van. A második polcon 18, a negyedik polcon 24 könyvet találunk. Hány könyv van a szekrényben összesen, ha 12 polcból áll?

6. Az (a_n) számtani sorozat ötödik eleme 23, különbsége 4. Melyik az a legkisebb n természetes szám, amelyre az $a_n > 200$ egyenlőtlenség teljesül?

7. Legyen (a_n) számtani sorozat, melyben $a_1 + a_2 + a_3 = -12$ és $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 80$. Határozzuk meg a sorozat első három tagját.

8. Legyen (a_n) mértani sorozat, melyben $a_1 + a_2 + a_3 = 39$ és $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 729$. Határozzuk meg a sorozat első három tagját.

9. Számítsuk ki a következő összeg értékét: $\left(\frac{1}{3}\right)^{11} + \left(\frac{1}{3}\right)^{12} + \left(\frac{1}{3}\right)^{13} + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$

10. Egy nem csupa pozitív tagból álló mértani sorozat harmadik tagja 4, ötödik tagja pedig 16. Mennyi lesz a sorozat első 10 elemének összege?

11. Legyen (a_n) mértani sorozat, melyben $a_4 - a_2 = a_2 + a_3 + a_4 = -6$. Mennyi a sorozat első tagja és hányadosa?

12. Egy mértani sorozat első három tagjának összege $\frac{3}{2}$, szorzata -1 . Számítsuk ki a sorozat első tagját és hányadosát.

Eredmények

Számtani és mértani sorozatok

1. a) 2430 b) 247500

2. $a_1 = \frac{5}{3}$, $d = \frac{10}{3}$

3. $a_1 = 31$, $d = -\frac{7}{2}$, $S_8 = 150$

4. 15 cm, 20 cm, 25 cm

5. 378

6. 50

7. $-10, -4, 2$ vagy $2, -4, -10$

8. 3, 9, 27 vagy 27, 9, 3

9. $\frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{20}}$

10. $-\frac{1023}{3}$

11. $a_1 = 1$, $q = -2$

12. $a_1 = \frac{1}{2}$, $q = -2$ vagy $a_1 = 2$, $q = -\frac{1}{2}$