

# Kombinatorikus Optimalizálás

## Első zárthelyi

2018.03.22.

1. A  $G(A,B,E)$  teljes páros gráf két színsztálya  
 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $B=\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ , az  $a_i b_j$  csúcsokat összekötő él súlya  $i*j$ . Adjunk meg egy maximális összsúlyú teljes párosítást, és mutassuk is meg, hogy maximális. + Bónusz: Oldjuk meg a feladatot  $n$  méretű színsztályok esetére (+5pont).
2. Egy matracokat gyártó cég kétféle matrachoz használta eddig a régi szabványú kókuszrost lemez, szivacs réteg és huzat alkotóelemeket. Mivel kivezetik ezen termékek gyártását, már nem rendelnek a régi alapanyagokból újabb szállítmányt. Szeretnék a meglévő anyagokat úgy felhasználni, hogy a profitjuk maximális legyen. Az első típusú matrac 1 kókusz rétegből, 5 szivacs rétegből és egy huzatból áll. A második típusú matrac 5 kókusz rétegből, 1 szivacs rétegből és egy huzatból áll. 20 huzat, 60 kókuszrost réteg és 75 szivacs réteg maradt meg. Az első típusú matracon a profit 2000 Ft, a másodikon 3000 Ft. Oldjuk meg a problémát grafikus eszközökkel.
3. Írjuk fel az alábbi lineáris programozási feladat duálisát. Mutassuk meg, hogy a primál optimum értéke  $\frac{1}{2}$   
 $\max\{ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 : x_1 + x_2 \leq 2, 3x_1 + 2x_3 \leq -1, x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 1 \}$
4. Oldjuk meg az alábbi hátizsák feladatot a korláztás és szétválasztás módszerével! Kapacitás: 20, Tárgyak (súly-érték): 15- 20, 5-6, 3-5, 9-13, 12-18
5. Legyen a  $G$  teljes páros gráf éleinek súlya az alábbi mátrix szerinti ( $i$ . sor  $j$ . eleme az első színsztály  $i$ . elemét köti össze a második  $j$ . elemével). Írjuk fel a maximális összsúlyú teljes párosításhoz tartozó ILP feladatot (elég egyenlőtlenség rendszerrel megadni).  
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$
6. A  $p$  valós paraméter mely értékeire lesz az alábbi mátrix által definiált matroid grafikus? Amelyekre grafikus adjunk meg gráfrepresentációt, amelyekre nem, lássuk is be.  
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & p \end{pmatrix}$$