Gyakorlat

Szabályozástechnika

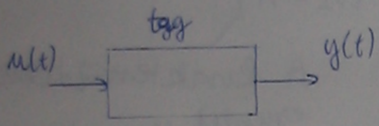
1. Tantermi gyakorlat

IX. 20. 15.
2. óra

Kiss Bálint

Mindig a leadott anyagra vonatkozik a kis ZH. (Nem kell előre beírni)

Jelek és rendszerek leírása (ism.)



Az átalakítás :
- determinisztikus
- L – lineáris
- TI – idő invariáns
- diszkrét v. folytonos idejű

} tagok LTI

Tagok leírása (folytonos idő)

Átviteli fv: Laplace transzformáltak

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_n}$$

Átviteli fv. = Transfer function
TF

$a_i, b_i \in \mathbb{R}$

$1(t)$ = egységugrás

$\delta(t)$ = impulzus, Dirac delta

Példák: Végérték tételekre (Laplace tr.)

$$W(s) = \frac{5}{(1+s)(1+2s)(1+10s)}$$

Végérték tétel:

$$\lim_{t\to\infty} (f(t)) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

Alkalmazható, ha nincs pólus a jobb félsíkon.

a) $u(t) = \delta(t)$; $y(t) = ?$
$y(\infty) = ?$

$p_1 = -1$

$p_2 = -\frac{1}{2}$

$p_3 = -\frac{1}{10}$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s X(s) = \lim_{s\to 0} sW(s)U(s) = \emptyset$$

b) $u(t) = 1(t)$ $\lim_{t\to\infty} y(t) =$ — " — $= \lim_{s\to\infty} s \frac{1}{s} W(s) = 5$

Állapot teres leírás:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

$x \in \mathbb{R}^n$ $u \in \mathbb{R}^m$ $y \in \mathbb{R}^p$

állapotvektor

A - állapotmátrix

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D = \frac{C \cdot adj(sI - A)B + D\,det(sI - A)}{det(sI - A)}$$

egységmátrix

A karakterisztikus egyenlet

SS - state - space

pl.: M:

sys1 = tf(5, conv(conv([1 1],[2 1]), [10 1]))

sys2 = ss(sys1)

sys2.a ← A mátrix

Egy átviteli fv.-hez több (∞ sok) állapotegyenlet írható fel, amelyek azonos ki-bemeneti viselkedést eredményeznek.

zpk = zero-pole-gain

M: sys3 = zpk(sys2)

dcgain(sys3) ← statikus erősítés, ugrásválasz végértéke
= 5

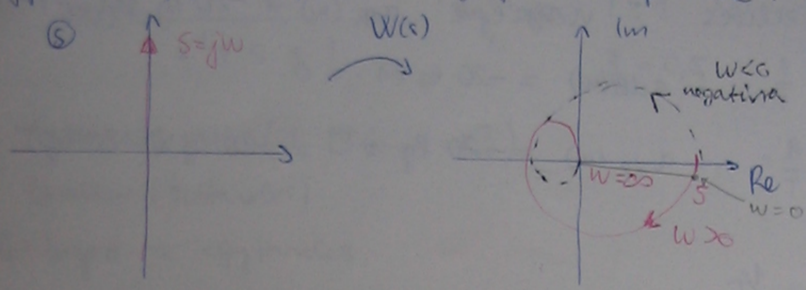
$$W(s) = k\frac{\prod(s - z_i)}{\prod(s - p_i)}$$ ← így bont fel a dcgain

Tagok vizsgálata

→ időtartományban: - ugrásválasz (~~súly~~ átmeneti fv.) : step
- impulzusválasz (súly fv.) : impulse

→ frekvenciatartományban: - frekvencia válasz : Bode - diagram bode
Nyquist - -"- nyquist

Nyquist: végig a képzetes tengelyen leképezünk! IX. 20. cs. 2. ea.

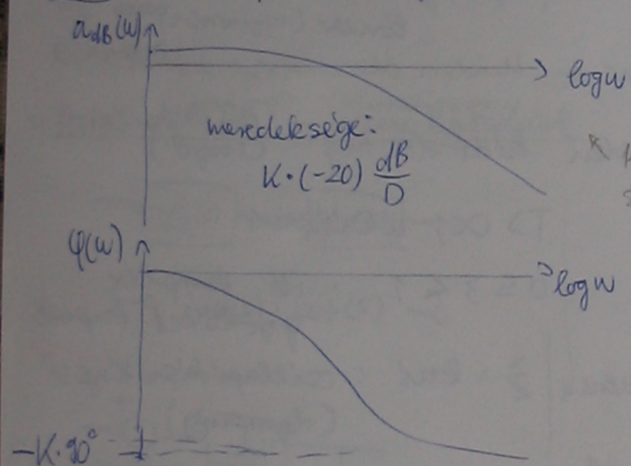


Ha nevező fokszám > számlálóé
⇓
0-ba tart

Mivel 3 a fokszám különbség : így 3 · 90°-ot tesz meg a görbe

nyquist (sys1)

Bode: csak pozitív omegákra : külön absz. érték és fázis



$a_{dB}(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$

Itt a Nyquiston a pirosához húzott sugarak hosszát ábrázoljuk dB-ben!

K = nevező foksz. − száml.-é

Alaptagok vizsgálata:

– egytárolós tag : $W(s) = \frac{1}{1+sT}$ $T>0$; időállandó
↓
nevező első fokú

M: egytarolos = tf (1, [3 1])

pólusa: $p = -\frac{1}{T}$; $w(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$
↑
imp. válasz

$v_p(t) = 1 - e^{-t/T}$
↑
ugrás válasz

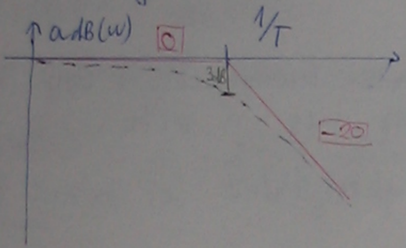
$a_{dB}(\omega) = 20 \lg \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right| = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = -20 \lg \sqrt{1+\omega^2 T^2}$

Asszimptotikus közelítés : vizsgáljuk: $a_{dB}(\omega) = -20 \lg \sqrt{1+\omega^2 T^2}$ -et

$\omega < \frac{1}{T}$: $a_{dB}(\omega) = -20 \lg \sqrt{1} = 0$

$\omega > \frac{1}{T}$: $a_{dB}(\omega) = -20 \lg \omega T = -20 \lg \omega - 20 \lg T$

Ennek a Bode-je:



ltiview (egytárolós)

Matlab : LTI viewer : ltiview ← Minden ábrázolási módot megjelenít egyben.

- kéttárolós lengőtag (Nem minden kéttárolós tag lengő)

$$W(s) = \frac{1}{1 + 2\xi T s + T^2 s^2}$$

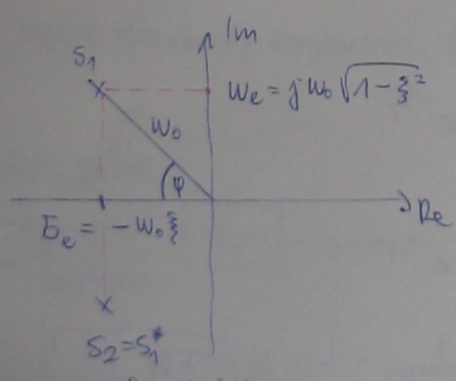
$T > 0$; időállandó

$0 \leq \xi < 1$; itt komplex gyököket kapunk

$\omega_0 = \frac{1}{T}$ csillapítatlan saját frekvencia | ξ : kszí : csillapítási tényező (damping)

$$W(s) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\xi\omega_0 s + s^2}$$

$$p_{12} = \underbrace{-\omega_0 \xi}_{\sigma_e} \pm \underbrace{j\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}_{\omega_e}$$



$\cos\varphi = \xi$

ugrásválasz : $v(t)$ 1-be megy

imp. -II- : $w(t)$ 0-ba megy

↑

pdf.-ben

IX. 20. cs. 2. hét

pl.: $W(s) = \dfrac{1}{s^2 + s + 1}$; itt: $T = 1$, $\xi = 0{,}5$

M: kéttárolós = tf (1, [1 1 1])
ltiview (kéttárolós)

„A Nyquist diagram egy függ."

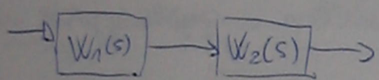
File: Import → egytárolós

p-z mapon: Overshut: túllövés : Step Response-on a „púp"

Túllövés: $\Delta v = \exp\left(\dfrac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$ ← ez nagyobb ha kisebb a csillapítás

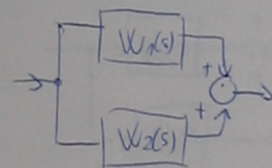
↑ Ez nem kiváltatos!

Hatásvázlatok - elemi kapcsolások



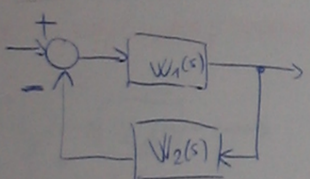
→ $W_1(s) \cdot W_2(s)$ →

serial



$W_1(s) + W_2(s)$

parallel

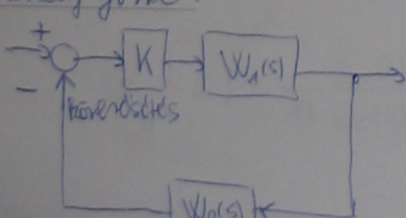


$\equiv \dfrac{W_1(s)}{1 + W_1(s) W_2(s)}$; $W_0(s) = W_1(s) W_2(s)$
↓
felnyitott kör átviteli fv.
open loop

M: feedback
sysCL = feedback (egytárolós, kéttárolós, -1)
↑
v.cs. előjele

Gyökhely görbe:

pl.:



$W_1(s) = \dfrac{1}{1+3s}$

$W_2(s) = \dfrac{1}{1+s+s^2}$ →

$$W_0(s) = \frac{K}{(1+3s)(1+s+s^2)}$$

$$W_{zk}(s) = \frac{\frac{K}{1+3s}}{1+\frac{K}{(1+3s)(1+s+s^2)}} = \frac{K(1+s+s^2)}{(1+3s)(1+s+s^2)+K}$$

zárt kör

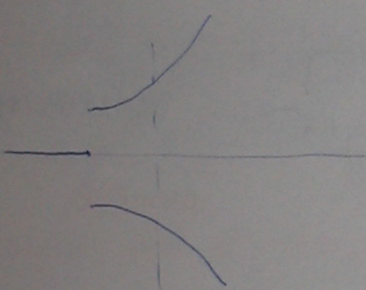
A zárt kör pólusai K függvényében vándorolnak (3db pólus)

M: rlocus-t vándorlás mutatása

rlocus(series(egytárolós, kéttárolós))

beadni $W_0(s)$-t, $K=1$ esetén

$K>0$: a vándorlást a komplex számsíkon a gyökhelygörbe mutatja



2. Tantermi gyakorlat

XI. 4. 4.h.

Szabályozási körök analízise

- alapkapcsolások (pl.)
- eredő átviteli fv-ek felírása
- felnyitott kör átviteli fv.-e

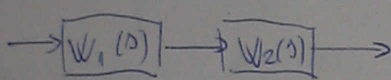
K, i (típusszám) → statikus tulajdonságok befolyásolása

- stabilitás (kritériumok)
- szabályzó tervezés előkészítése

(szabályzó típusok, fsolve (Matlab) függvény használata)

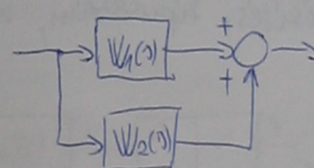
Alapkapcsolások:

- soros series



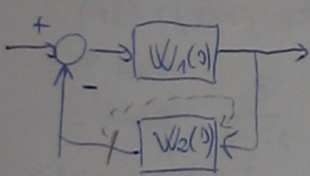
$W_1(s)\,W_2(s)$

párhuzamos paralel



$W_1(s)+W_2(s)$

(negatív, egyhurkos) visszacsatolás

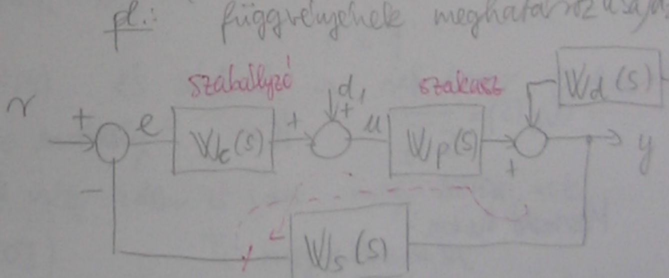


feedback

$$\frac{W_2(s)}{1+W_2(s)\,W_1(s)}$$

hurkolatlan vagy felnyitott kör átvitele

pl.: (szabályozási kör eredő átviteli függvényének meghatározása)



$$W_{yr}(s)=\frac{W_c(s)\cdot W_p(s)}{1+W_c(s)\cdot W_p(s)\cdot W_s(s)}$$

bemenet (r), kimenet (y)

$$W_{ud_1}(s) = \frac{1}{1+W_c(s)\,W_p(s)\,W_s(s)}$$

$$W_{ed_1}(s) = \frac{-W_p(s)\,W_s(s)}{1+W_c(s)\,W_p(s)\,W_s(s)}$$

d_1

W_{ed_1}: d_1-től megyek e-be, ez van a számlálóban, a -1 a v.cs. miatt. A nevező pedig az összes.

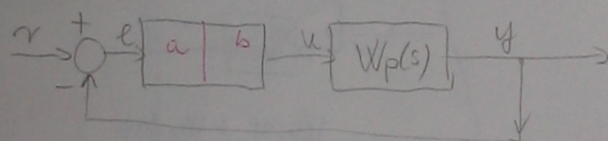
Felnyitott kör átviteli függvénye:

$$\underset{\text{open Loop}}{W_0(s)} = \frac{K}{s^i}\,\underbrace{\frac{\Pi\,(1+s\tau_i)\,\Pi\,(1+2\,\zeta_i\tau_i s+\tau_i^2 s^2)}{\Pi\,(1+sT_i)\,\Pi\,(1+2\,\xi_i T_i s+T_i^2 s^2)}}_{W_{01}(s)\ :\ W_{01}(0)=1}$$

K = erősítés

i = típusszám

pl.: erősítés, típusszám, maradó hiba



$$W_p(s) = \frac{5}{(1+s)(1+4s)(1+10s)}$$

a) $W_c(s) = A_p$

Ha $r(t) = 1(t)$

$A_p = 1$ $K =$; $i =$; $e_\infty =$

$A_p = 10$ $K =$; $i =$; $e_\infty =$

maradó hiba

b) $W_c(s) = \frac{1}{sT_I}$ $K =$ $i =$ $r(t) = 1(t)$ $e_\infty =$

Maradó hiba:

$e_\infty = y(\infty) - r(\infty)$

```
>> szakasz = tf(5, conv(conv([1,1], [4 1], [10 1]))
```

X.4. cs. h.h.

$W_0(s) = W_C(s)\, W_p(s)$

a) $= \dfrac{A_p \cdot 5}{s^0} \dfrac{1}{(1+s)(1+4s)(1+10s)}$

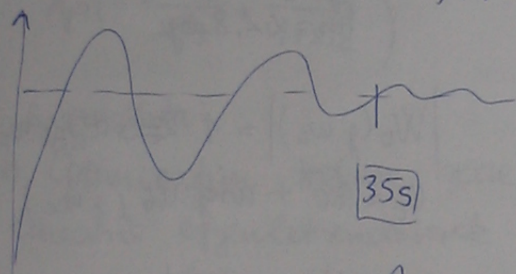
$K=5$
$i=0$
$e_\infty = \frac{1}{6}$

ha $i=0$ $r(t)=1(t) \rightarrow e_\infty = \dfrac{1}{1+K}$

↳ csak stabil rendszer esetén

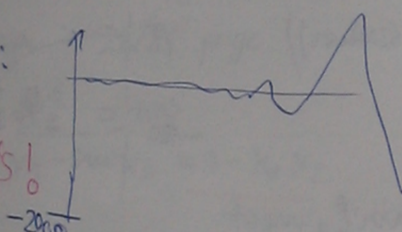
$K=50$
$i=0$
$e_\infty = \frac{1}{51}$

```
>> szabalyzo = tf(1,1)
>> step(feedback(series(szabalyzo, szakasz), tf(1,1), -1));
```



$\frac{5}{6}$ -hoz tart a maradó hiba miatt, ami $\frac{1}{6}$

Ha $K=50$:



STABILITÁS!

K nem növelhető akármeddig!

b) $W_0(s) = \dfrac{5}{T_I \cdot s} \dfrac{1}{(1+s)(1+4s)(1+10s)}$

$K = \dfrac{5}{T_I}$

$i=1$

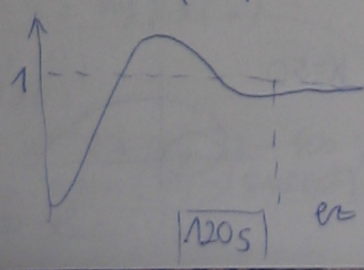
ha $i=1$, $r(t)=1(t)$ és stabil a rendszer $\rightarrow e_\infty = 0$

„Tipikus integrátor a W_C tartalmaz"

Ha már nem folyik bele hiba, akkor is van még benne u_c.

szabalyzo = tf(1, [100 0])

T_i megválasztása $\dfrac{1}{100s}$



ez lassabban áll be, mint az előző, de nincs maradó hiba.

Stabilitás

Van-e a zárt körnek pólusa a jobb félsíkon? igen - labilis

nem - stabil

Kritériumok:

Bode } kritériumok: $W_0(s)$-ből következtetni a zárt kör
Nyquist } stabilitására!

>> ω_c : vágási fr.

φ_t : fázis tartalék

Ha $\varphi_t > 0$: zárt kör stabil!

Pm = 42,8 deg

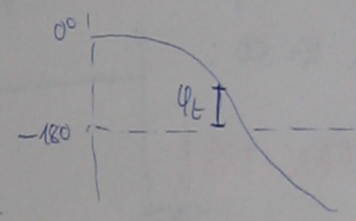
ω_c
crossover

φ_t
tartalék
phase margin

$$|W_0(j\omega_c)| = 1 \iff a_{dB}(\omega_c) = 0$$

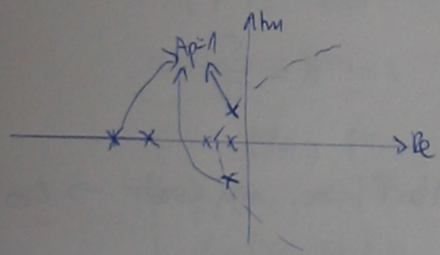
$$\varphi_t = 180° + \arg W_0(j\omega_c)$$

>> margin(series(szabalyzo, szakasz))



>> rlocus(szakasz)

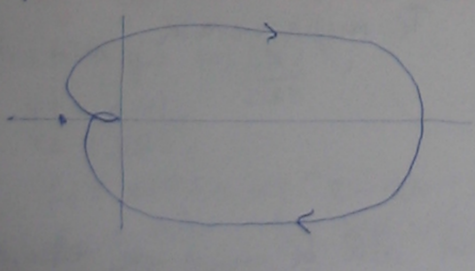
Ap = Gain = 1 ez még stabil, mert a bal oldalon van

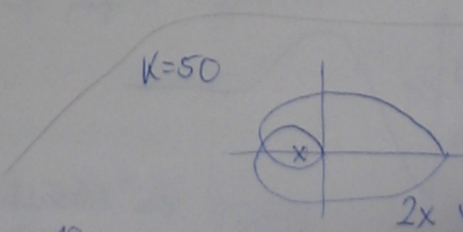


K=50-nél:
már két pólus van a jobb félsíkon

>> nyquist ~~(szakasz)~~ (series(szab, szak))

stabil: ha görbe egyszer sem veszi körül a (-1, 0)-t!





nem stabil!

2x veszi körbe

Szabályozók típusai:

Hatások: P I D

arányos proportional — integráló — közelítő deriváló

$W_P(s) = A_P$

$W_{PI}(s) = A_P\left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$

$W_{PD}(s) = A_P\left(1 + \frac{sT_D}{1+sT_C}\right)$

$W_{PID}(s) = A_P\left(1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{sT_D}{1+sT_C}\right)$

„Ilyeneket lehet venni boltban, de nem az Auchan-ban."
pl: fűtés szabályzás

Az fsolve használata:
A Matlab Optimization toolbox része
Nem lineáris egyenletrendszerek megoldása
3. Labor anyaga: 23/85 page

$$x_1^2 + x_2^2 = 100$$
$$\text{arctg}\, x_1 - \sin x_2 = 3 - x_1 x_2$$

← minden át balra!

$$x_1^2 + x_2^2 - 100 = 0$$
$$\text{arctg}\, x_1 - \sin x_2 - 3 + x_1 x_2 = 0$$

Ez egy fv.

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \emptyset$$ ← Ezt tudja a Matlab megoldani!

Meg kell írni Matlab segítségével

```
function y = myfx(x)      -> fájl: myfx.m
  x1 = x(1);
  x2 = x(2);
  f1 = x1^2 + x2^2 - 100;
  f2 = atan(x1) - sin(x2) - 3 - x1 * x2;
  y = [f1; f2];
```

Ez nem m.o.!

>> myfx([0,0])
ans = -100
-3
-0

fsolve ('myfx' , [10, 10])   Tartományban keresi !

$x_1 = 0,2238$
$x_2 = 9,9975$

myfx (ans) → ... 10^{-12} Ez jó m.o. !

fsolve('myfx', [0, 0])

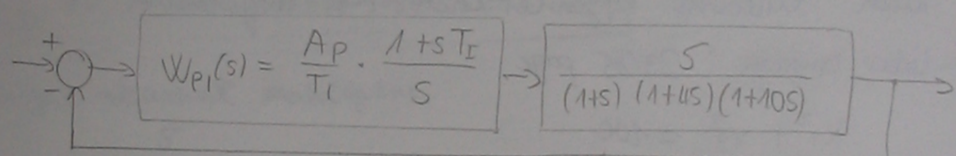
$-0,3914$
$-9,9923$

Ell.: myfx(ans)   Ez is jó!

Látható, hogy több m.o. van, ezért kell több helyen keresni.

Nem adja meg az összes megoldást! Csak numerikusan keres.

pl.: PI szabályzó beállítása



$\varphi_t = 50°$

$T_I = ?$
$A_P = ?$

$$W_0(s) = \frac{5A_P}{T_I} \frac{1+\cancel{s}T_I}{s} \frac{1}{(1+s)(1+4s)\cancel{(1+10s)}}$$

Legnagyobb idő áll. kiejtése

$T_I = 10$

$$W_0(s) = A_P \cdot 0,5 \frac{1}{s(1+s)(1+4s)} \quad ; \quad i = 1$$

$K = 0,5\, A_P$

>> margin(tf (0.5, conv(conv([1 1], [4 1]), [1 0])))

↓ $A_P = 1$; $P_m = 22,5°$

bode —"—

Fázis részen : −130° kell (−180 + 50°)   (−134°, itt van felosztás)

↓ 7,41 dB tartozik hozzá az Ampl. részen

$$A_P = \frac{1}{10^{\left(\frac{7,42}{20}\right)}} = 0,4261$$

>> szabpi = tf (Ap * [10 1], [10 0])

 >> margin ... ⟹ $P_m = 46°$