

# Sztochasztika 2 félév vizsga

Felsőbb matematika informatikusoknak D

2013. június 6. 8:00. Munkaidő: 70 perc. Minden feladat  $8\frac{1}{3}$  pontot ér.

1. Egy szabályos dobókockát addig dobálunk, amíg ki nem jön a 6-os, és  $N$ -nel jelöljük a 6-ost megelőző dobások számát (vagyis a 6-ost már nem számoljuk bele). Ezután feldobunk egy szabályos pénzérmét  $N$ -szer, és  $X$ -szel jelöljük az összes dobott fejek számát. Adjuk meg  $X$  generátorfüggvényét, várható értékét és szórását! *Bónusz kérdés: mi  $X$  eloszlása?*

2. Mérnök Mari újszülött gyermeke az édesanyja megfigyelése szerint háromféle állapotban lehet: 1 – „sír”; 2 – „alszik”; 3 – „eszik”. A gyermek időnként véletlenszerűen ugrik át egyik állapotból a másikba, az előzményektől (a jelenre, mint feltételre nézve feltételesen) függetlenül, vagyis ő egy háromállapotú, folytonos idejű Markov lánc. Jelölje  $X(t)$  a gyerek állapotát  $t$  időben. A beágyazott diszkrét idejű Markov-lánc  $Q$  átmenetvalószínűség mátrixa a következő:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,7 & 0 & 0,3 \\ 0,7 & 0,3 & 0 \end{bmatrix}$$

Az állapotsorrend 1,2,3 balról-jobbra és felülről-lefelé. Feltesszük, hogy az 1-es állapotban marad  $Exp(8)$  ideig, a 2-es állapotban  $Exp(0,5)$  ideig és a 3-asban  $Exp(4)$  ideig. (Mari az időt órában méri.)

(a) Az idő hány százalékában van az 1-es, 2-es, 3-as állapotokban?

(b) Három hét után délben megnézzük a gyermeket. Mi a valószínűsége, hogy éppen alszik?

(c) Ha a gyerek az 1-es állapotban van, Marinak óránként 100 hajszála hullik ki. Hasonlóan a 2-es állapotban 5, a 3-as állapotban 20 hajszálat veszít óránként. Hány hajszála hullik ki Mérnök Marinak, mire a gyermek eléri a négyhetes kort?

3. Fogadjuk el azt a feltevést, hogy a nagycsoportos óvodás lányok és fiúk testmagassága is normális eloszlású, azonos szórással. Megmértünk 10 nagycsoportos lányt és 8 nagycsoportos fiút, és a következő testmagasságokat kaptuk (cm-ben): a lányokra 119; 103; 112; 102; 103; 108; 113; 99; 108; 94; a fiúkra 120; 100; 100; 104; 83; 107; 105; 111. Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a nagycsoportos lányok átlagban legalább olyan magasak, mint a fiúk.