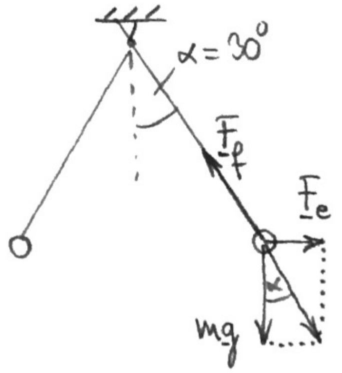
Fizika 2i, 1. gyakorlat

F1.) A gravitációs erő: $F_g = \gamma \frac{m_e m_p}{r^2}$

Az elektromos erő: $F_e = k\frac{e^2}{r^2}$, ahol e az elemi töltés.

A kettő aránya: $$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k e^2}{\gamma m_e m_p} \approx \underline{\underline{2{,}3\cdot 10^{39}}}$$ (távolságfüggetlenül).

F2.)

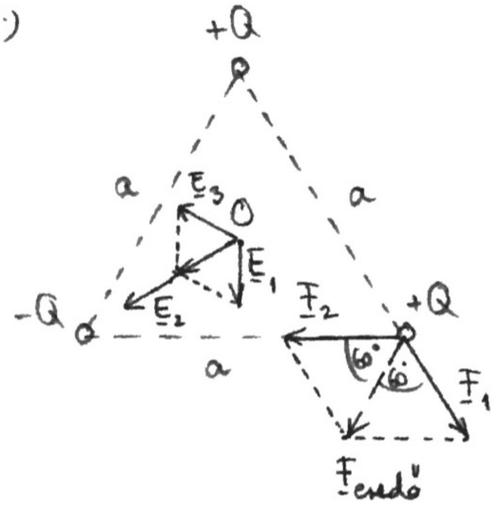


Az egyik golyóra ható erőket az ábra szemlélteti. Az egyensúlyhoz az elektromos és nehézségi erők eredője a fonállal párhuzamos kell legyen, ezért:

$$\tan\alpha = \frac{F_e}{mg} \longrightarrow m = \frac{F_e}{g\tan\alpha} = \frac{kQ^2}{gL^2\tan\alpha},$$

ahol $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, így: $$\underline{\underline{m = \frac{\sqrt{3}kQ^2}{gL^2}}}.$$

F3.)



a.) A +Q és −Q töltéstől származó erők nagysága azonos:

$$|\underline{F}_1| = |\underline{F}_2| = k\frac{Q^2}{a^2}.$$

Ugyanekkora az eredő erő is az ábrán látható vektor-paralellogramma (rombusz) miatt:

$$|\underline{F}_{eredő}| = |\underline{F}_1|\cos 60° + |\underline{F}_2|\cos 60° = |\underline{F}_1|$$

$$|\underline{F}_{eredő}| = k\frac{Q^2}{a^2} = \underline{\underline{9\cdot 10^{-5}\,N}}$$

b.) Az eredő térerősség a háromszög O középpontjában a −Q töltés felé mutat, nagysága: $$|\underline{E}_{eredő}| = |\underline{E}_1 + \underline{E}_3 + \underline{E}_2| = 2|\underline{E}_2|,$$

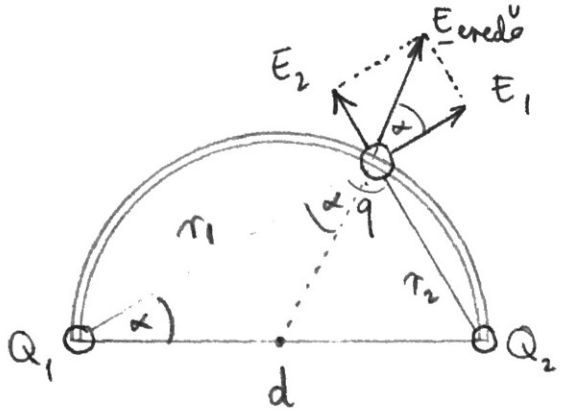
ahol felhasználtuk ismét a szabályos háromszögeket. Az O pont távolsága a háromszög csúcsaitól:

$$x = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$ (az O pont harmadolja a magasságot)

Ezzel:

$$E_{eredő} = 2k\frac{Q}{x^2} = 6k\frac{Q}{a^2} = \underline{\underline{5{,}4\ 10^4\ \frac{N}{C}}}.$$

F4.)



Az ábra alapján:

$$r_1 = d\cos\alpha\ ,$$
$$r_2 = d\sin\alpha\ .$$

Az egyensúlyi helyzetben az eredő térerősség sugárirányú. Az ábrán látható szögek egyenlősége és Thalész tétele miatt:

$$\tan\alpha = \frac{E_2}{E_1}. \qquad (1)$$

A térerősségek a Coulomb-törvény szerint:

$$(2)\qquad E_1 = k\frac{Q_1}{r_1^2} = k\frac{Q_1}{d^2\cos^2\alpha}$$

$$(3)\qquad E_2 = k\frac{Q_2}{r_2^2} = k\frac{Q_2}{d^2\sin^2\alpha}$$

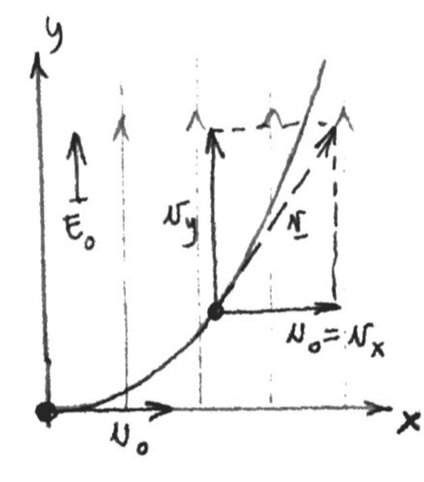
(1)–(3) szerint:

$$\tan\alpha = \frac{Q_2\cos^2\alpha}{Q_1\sin^2\alpha},$$

ebből

$$\alpha = \arctan\sqrt[3]{\frac{Q_2}{Q_1}} = \underline{\underline{38{,}4^\circ}}$$

F5.)



A részecske y irányban egyenletesen,

$$a = \frac{QE_0}{m}$$ gyorsulással mozog, így a sebességkomponensek az idő függvényében:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 = \text{állandó} \\ v_y &= a\cdot t = \frac{QE_0}{m}\,t \end{aligned}\right\}$$ akárcsak vízszintes hajításnál.

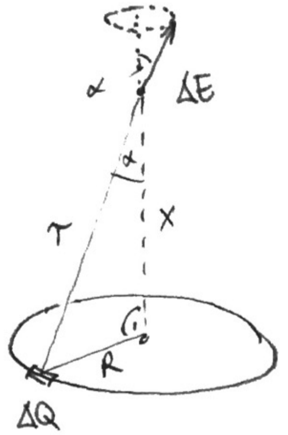
Az x és y irányú elmozdulások:

(1) $x(t) = v_x \cdot t = v_0 t$

(2) $y(t) = \frac{a}{2} t^2 = \frac{QE_0}{2m} \cdot t^2$

$$y(x) = \frac{QE_0}{2 m v_0^2} \cdot x^2 .$$ (parabola)

F6.)



a.) Az eredő térerősség tengelyirányú, összegzéssel kapható meg az eredmény:

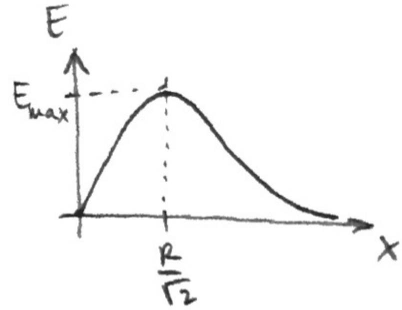
$$E = \sum \Delta E \cdot \cos\alpha = \sum k \frac{\Delta Q}{r^2} \cdot \underbrace{\frac{x}{r}}_{\cos\alpha}$$

$$E = k \frac{x}{r^3} \cdot \underbrace{\sum \Delta Q}_{Q \text{ (össztöltés)}}$$

$$E = k \frac{Q x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} .$$

b.) A térerősség maximális, ha:

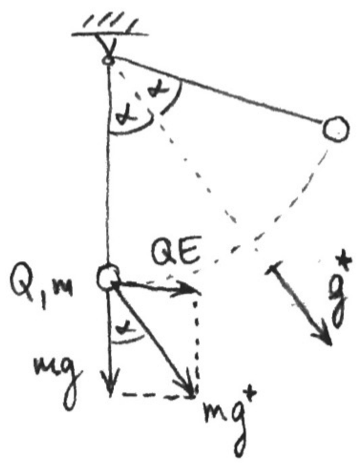
$$E'(x) = kQ \frac{(x^2+R^2)^{3/2} - 2x^2 \cdot \frac{3}{2} (x^2+R^2)^{\frac{1}{2}}}{(x^2+R^2)^3} = \emptyset$$



A számláló akkor tűnik el, ha:

$$x^2 + R^2 - 3x^2 = \emptyset , \quad \text{azaz} \quad x = \pm \frac{R}{\sqrt{2}} .$$

F7.)



Az ingatestre ható nehézségi és elektromos erő állandó, iránya a függőlegessel

$$\tan\alpha = \frac{QE}{mg} \longrightarrow \alpha = 26{,}6^\circ\text{-os}$$

szöget zár be. Az erő nagysága is állandó, így az inga úgy mozog, mintha

$$g^* = \sqrt{g^2 + \frac{Q^2 E^2}{m^2}}$$ gravitációs gyorsulású,

„effektív" gravitációs térben mozogna.

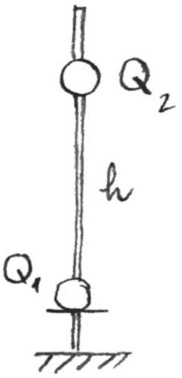
F7/a.) A fonál maximális kitérése tehát $2\alpha = 53{,}1°$.

b.) A legnagyobb sebesség az effektív gravitációs térbeli mech. energiamegmaradásból (vagy munkatételből) kapható:

$$mg^*L(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}mv_{max}^2,$$

azaz:
$$v_{max} = \sqrt{2g^*L(1-\cos\alpha)} = \underline{\underline{0{,}69\ \frac{m}{s}}}.$$

F8.)



a.) Legyen a két gyöngy közötti távolság r! A felső gyöngyre ható eredő erő:

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} - mg,$$

egyensúlyban $F = 0$, innen $\underline{\underline{h = \sqrt{\frac{kQ_1Q_2}{mg}}}}$.

b.) Az eredő erő $r = h + x$ esetén $(x \ll h)$:

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{(h+x)^2} - mg = k\frac{Q_1Q_2}{h^2\left(1+\frac{x}{h}\right)^2} - mg$$

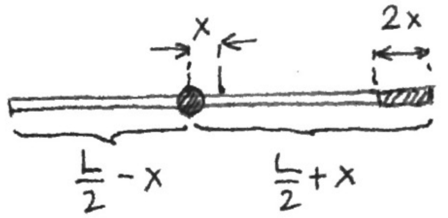
$(1+\varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ ↓

$$F \approx k\frac{Q_1Q_2}{h^2}\left(1 - \frac{2x}{h}\right) - mg = -\underbrace{2k\frac{Q_1Q_2}{h^3}}_{\text{„rugóállandó"}} \cdot x$$

A periódusidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k\frac{Q_1Q_2}{h^2}\cdot\frac{1}{h}}} = \underline{\underline{2\pi\sqrt{\frac{h}{2g}}}}.$$

F9.)



A kis x távolsággal kitérített gyöngyre ható erőt számolhatjuk úgy, mintha azt csak a rúd hosszabb felének végén lévő, $2x$ hosszúságú, $2x \cdot \lambda$ töltésű rész fejtené ki.

F9.) (folytatás):

$$F(x) \approx -k\frac{Q\cdot\lambda\cdot 2x}{\left(L/2\right)^2} = -\underbrace{8k\frac{Q\lambda}{L^2}}_{D,\ \text{„rugóállandó"}}\cdot x$$

A periódusidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2}{8kQ\lambda}}\ .$$