

Méréselmélet 2. zárthelyi

2009. május 13. B

A megoldásra fordítható idő 60 perc. A feladatok megoldásához csak papír, írószer, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és kommunikáció tiltott. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. **Indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk.** Kérjük, hogy minden beadott lapra írja rá a nevét és NEPTUN kódját!

1. Konstans jel jelen- vagy távollétét detektáljuk egyetlen zajos megfigyelésre alapozva. A megfigyelések független, Gauss eloszlású valószínűségi változók nulla, ill. $\alpha=1$ várható értékkel, $\sigma_n=0.4$ szórással. H_0 jelzi az a hipotézist, hogy a jel nincs jelen. Ennek a priori valószínűsége $P_0=0.8$. H_1 jelzi az a hipotézist, hogy a jel jelen van. Ennek a priori valószínűsége $P_1=0.2$. A feltételes sűrűségfüggvények:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_n^2}} \text{ ill. } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma_n^2}}$$

A költségek: $C_{10}=C_{01}=1$; $C_{00}=C_{11}=0$. Határozza meg a döntési küszöb értékét (*max. 6 pont*)! Mi a feltétele annak, hogy a döntési küszöb 0.5 legyen (*max. 3 pont*)?

2. Mutassa be a minimális átlagos négyzetes hibájú becslő, a minimális átlagos abszolút hibájú becslő, és a maximum a posteriori származtatását és kritérium függvényét abban az esetben, ha ismert a megfigyelés a posteriori sűrűségfüggvénye (*max. 9 pont*)!
3. Egy jelből mintákat veszünk. A minták négyzetének és köbének átlagát képezzük. Dolgozzon ki ezekre a feladatokra rekurzív összefüggést (*max. 8 pont*)!
4. Additív zajjal terhelt megfigyeléseink vannak. Milyen mérési modell és milyen zaj modell esetén lesz optimális az ideális átlagolás (*max. 4 pont*)!
5. Egy sztochasztikus jelből két mintánk van. A jel kovariancia mátrixának első sora $[1 \ 0.8]$, második sora $[0.8 \ 1]$. Határozza meg azt az ortogonális transzformációt, amely átlagos négyzetes értelemben optimális jelreprezentációt eredményez (*max. 6 pont*)! Adja meg a jel legjobb egydimenziós közelítését (*max. 4 pont*)!

Az elérhető pontszám 40, az elégségeshez 16 pontot kell elérni.

Jó munkát!