1. feladat (15 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{3n+5}{2n^2}$$

Döntse el, hogy a sor divergens, feltételesen konvergens vagy abszolút konvergens-e! (Válaszát indokolja!)

2. feladat (25 pont)

$$s(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (3x+2)^n$$

Határozza meg a fenti hatványsor konvergenciatartományát és s összegfüggvényét!

3. feladat (10 pont)

$$f(x) = 3 - 2x^2 + \mathrm{sh}(5x), \qquad x_0 = 0$$

Írja fel az f függvény x_0 körüli negyedrendű $T_4(x)$ Taylor-polinomját a Lagrange-féle hibataggal!

4. feladat (10 pont)

$$f(x) = \cos(2x^3), \qquad x_0 = 0$$

Adja meg az f függvény x_0 körüli Taylor-sorát és annak konvergenciatartományát!

5. feladat (10+5=15 pont)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2-x^3}}$$

a) Adja meg az f függvény origó körüli Taylor-sorát, és annak konvergenciasugarát!

b) Adja meg az $f^{(9)}(0)$ derivált értékét elemi műveletekkel!

6. feladat (6+14+5=25 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x = y = 0 \\ \dfrac{2x^3 - y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

a) Hol folytonos az f függvény?

b) Adja meg f parciális deriváltjait, ahol léteznek! (Az origóban a definícióval számoljon!)

c) Pontosan mely pontokban deriválható totálisan f? (Válaszát indokolja meg!)

IMSC feladat (6+6 IMSC pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y + xy^2}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Folytonos-e f'_x az origóban? (Indoklással!)

b) Létezik-e $\operatorname{grad} f$ az origóban? (Indoklással!)