

1. feladat (6+7=13 pont)

a) Legyen

$$a_n = \frac{n-2}{n+4} \cdot \frac{1}{3^n}, \quad b_n = \frac{2^{3n+1}}{8^{n+2} + 3}.$$

Határozza meg $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ és $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ értékét!b) Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ és a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sor?**2. feladat (7 pont)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x^2)}{x \sin(2x)} = ?$$

3. feladat (3+5+3+6=17 pont)

- a) Definiálja, hogy mit jelent: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A!$ ($n \in \mathbb{N}$, $a_n \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}$)
- b) Igazolja, hogy számsorozat határértéke egyértelmű!
- c) Mondja ki a függvények határértékére vonatkozó átviteli elvet!
- d) Igazolja, hogy nem létezik a $\sin(x)$ függvény határértéke a végtelenben!

4. feladat (9+4=13 pont)

a) Írja le és bizonyítsa be a reciprok függvény deriválási szabályát!

$$b) \left(\frac{1}{\operatorname{ch}(\operatorname{arctg}(4+x^2))} \right)' = ?$$

5. feladat (10 pont)Hol monoton növény, csökkenő, konvex, konkáv az $f(x) = e^{x^2-x}$ függvény?**6. feladat* (7+4+4+9=24 pont)**

$$a) \int e^{3x} \sin(2x) dx = ?, \quad b) \int \frac{1}{\sqrt{3x^2+2}} dx = ?,$$

$$c) \int \frac{2x}{\sqrt{3x^2+2}} dx = ?, \quad d) \int \frac{5x^2+5x+2}{x^3+2x^2} dx = ?$$

7. feladat* (8 pont)A differenciálható $y(x)$ függvény átmegy az $x_0 = 1$, $y_0 = -1$ ponton, és x_0 egy környezetében kielégíti az

$$y^4 + 3y^5 + 2e^{3x-3} - (x-1)^3 = 0$$

implicit egyenletet. Van-e ennek a függvénynek lokális szélsőértéke az $x_0 = 1$ pontban?**8. feladat* (8 pont)**

$$\int_2^9 \frac{x}{\sqrt[3]{x-1}} dx = ? \quad (t = \sqrt[3]{x-1} \text{ helyettesítéssel})$$

A *-al jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!