

Név: _____

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	IMSC

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Eből a részből külön is el kell érni 40%-ot!) **5. feladat (20 pont)**

1. feladat (20 pont) Számoljuk ki az alább fölirt két határozatlan integrált!

i) $\int \frac{1}{x} \ln^{-2}(x) dx$, ii) $\int x \ln(x-2) dx$.

2. feladat (15 pont) Igaz-e, hogy ha egy $f : [3, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény nem folytonos, akkor a $[3, 7]$ zárt intervallumon nem is Riemann-integrálható? Mondjunk ki egy olyan tanult tételt, ami biztosíthatja egy Riemann-integrál létezését és mutassuk meg, hogy a

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \in \mathbb{Q} \\ x, & \text{ha } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

képlettel definiált függvény a $[3, 7]$ -en nem Riemann-integrálható!

3. feladat (15 pont) A $w = \sqrt{9 + e^x}$ helyettesítéssel számoljuk ki a

$$\int_{\ln(7)}^{\ln(16)} \left(3 - \sqrt{9 + e^x} \right) dx$$

határozott integrált!

4. feladat (10 pont)

$$\operatorname{Im} \left(\frac{1}{(1+i)^7} - |(1+i)^7| \right) = ?$$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{3x} + 3^{e^x} - 3^{-x}}{e^{-x} + 3^{-x}} = ?$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1 - e^x}{x^2} \right) = ?$

6. feladat (20 pont)

i) Adjunk precíz indoklást arra, hogy a $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ hat.érték nem létezik!

ii) Igaz-e, hogy egy deriválható függvény deriváltja automatikusan folytonos? Válaszunk indoklásához számoljuk ki az $x \neq 0 : f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $f(0) = 0$ képlettel fölirt függvény deriváltját!

IMSC feladat (16 IMSC pont)

Az $y^3 - x^3 + 3y - x = 1$ görbéhez érintőt húzunk a $(0, 0)$ pontból. Mutassuk meg: az érintési pont rajta lesz az $6y - 2x = 3$ egyenesen.