

**1. Feladat ( pont)**

Mondja ki és bizonyítsa be Weierstrass I. tételét.

**2. Feladat ( pont)**

Mondja ki a Lagrange tételt, majd segítségével bizonyítsa be, hogy  $\sin x < x$ , ha  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ .

**3. Feladat ( pont)**

Bizonyítsa be a sorokra vonatkozó integrálkritériumot!

**4. Feladat ( pont)**

$$\int_2^{\infty} \left( \frac{\frac{1}{2}}{x-1} - \frac{\frac{1}{4}}{x+2} - \frac{\frac{1}{4}}{x} \right) dx = ?$$

**5. Feladat ( pont)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt}{\int_0^x \frac{e^t - 1}{t} dt} = ?$$

Léteznek-e a fenti integrálok? Milyen tételeket alkalmazott az eredmény megadásához?

**1. Feladat ( pont)**

Bizonyítsa be, hogy  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  divergens!

**2. Feladat ( pont)**

Bizonyítsa be, hogy  $a_n, b_n > 0$ ;  $a_n \sim b_n \implies \sqrt[n]{a_n} \sim \sqrt[n]{b_n}$

**3. Feladat ( pont)**

Adjon szükséges és elégséges feltételt differenciálható függvény esetén lokális szélsőérték létezésére! Állítását bizonyítsa be!

**4. Feladat ( pont)**

Definiálja az egyenletes folytonosságot! Egyenletesen folytonos-e  $f(x) = \frac{1}{x}$  a  $(c, 1)$  ( $0 < c < 1$ ), illetve a  $(0, 1)$  intervallumon? Állítását indokolja!

**5. Feladat ( pont)**

Mondja ki és bizonyítsa be az integráلكritériumot!

**6. Feladat ( pont)**

a) Létezik-e az  $\int_0^1 \frac{\sin^2 t}{t} dt$  integrál?

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{\sin^2 t}{t} dt}{\operatorname{ch} x - 1} = ?$

Mondja ki a megoldásnál felhasznált fontosabb tételeket!