

péneke 2<sup>eg</sup>, 3. em.  
/a slopni

Matematika A3 Vizsga-ZH  
2010 Január 12

1. Legyen  $r(t) = \left[ \frac{t^2}{2}, \frac{4t^3}{3}, 2t \right]$ . ✓

- (a) Adjuk meg  $r$  érintőjének egyenletét a  $t_0 = 4$  paraméterű pontban.
- (b) Határozzuk meg a  $t$  paraméter  $t_1$  értékét, ha  $r$  ívhossza a 0 és  $t_1$  paraméter-értékek között 6.

(15 pont)

2. Legyen  $v(x, y, z) = [x\sqrt{1+e^{2z}}, z\sqrt{1+e^{2z}}, y\sqrt{1+e^{2z}}]$  és legyen  $\mathcal{F}$  az a korlátos, kifelé irányított zárt felület, melyet a  $z = 0, z = 3, x^2 + y^2 = e^{2z}$  egyenletű felületek határolnak. Számítsuk ki  $\int_{\mathcal{F}} v$  értékét.

(20 pont)

3. Legyen  $f(z) = \operatorname{sh}\left(\frac{1}{1-z}\right)$ .

(a) Számítsuk ki  $f$  Laurent-sorát az  $1 < |z-1| < 3$  körgyűrűn. ✓

(b) Számítsuk ki:  $\int_{|z-1|=2} f(z) dz$  (a görbe irányítása pozitív). ✓

(c) Számítsuk ki  $f$  reziduumát az origóban. ✓

(8+6+6 pont)

4. Legyen  $f(t) = e^t$  és  $g(t) = e^{2t}$ . Számítsuk ki  $f$  és  $g$  konvolúcióját. ✓

(15 pont)

5. Oldjuk meg:  $y'' = \frac{y(y')^2}{1+y^2}$ .

(15 pont)

6. Adjuk meg az összes megoldást:  $y^{(4)} + 4y'' = x$ . ✓

(15 pont)

---

$$\mathcal{L}\left(\frac{t^n}{n!}\right) = \frac{1}{p^{n+1}}, \quad \mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{p-a}, \quad \mathcal{L}(\sin(bt)) = \frac{b}{p^2+b^2}, \quad \mathcal{L}(\cos(bt)) = \frac{p}{p^2+b^2}$$

---