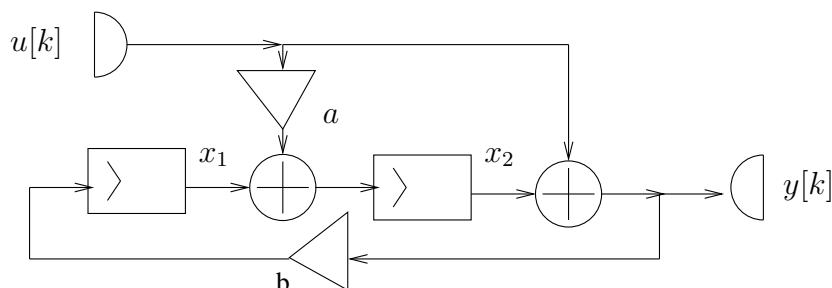


JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Csak egész pontszám adható

Nagypélda.

A diszkrét idejű rendszer az alábbi jelfolyam hálózattal adott.



- (a) Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! (6 pont)
 (b) Az a és b paraméterek mely értékeire aszimptotikusan stabilis a rendszer? (3 pont)
A továbbiakban $a=4$, $b=0,25$ paraméter értékekkel számoljon!
 (c) Adja meg a rendszer válaszának kifejezését, ha a gerjesztő jel: $u[k] = 10 \cos \pi k!$ (10 pont)
 (d) Adja meg a rendszer impulzusválaszána formuláját! (8 pont)
 (e) Adja meg a válaszjel $k = 0$, $k = 1$ és $k = 2$ ütemekhez tartozó értékét, ha $u[k] = \varepsilon[k]10 \cos \pi k!$ (3 pont)

(a)
$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= bx_2[k] + bu[k] \\ x_2[k+1] &= x_1[k] + au[k] \\ y[k] &= x_2[k] + u[k] \end{aligned}$$
 6 pont

(b)
$$\begin{vmatrix} -\lambda & b \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - b \Rightarrow |b| < 1$$
 3 pont

(c) Egyik megoldás az átviteli karakterisztika számítására

$$Y = U + e^{-j\vartheta}(4U + 0,25Y e^{-j\vartheta})$$
 4 pont

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{e^{j2\vartheta} + 4e^{j\vartheta}}{e^{j2\vartheta} - 0,25} = \frac{1 + 4e^{-j\vartheta}}{1 - 0,25e^{-j2\vartheta}}$$
 3 pont

Másik megoldás

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{\mathbf{C}^T \text{adj}(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) \mathbf{B}}{\det(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A})} + D$$

$$e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} & -0,25 \\ -1 & e^{j\vartheta} \end{bmatrix}$$
 3 pont

$$\det(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) = e^{j2\vartheta} - 0,25, \quad \text{adj}(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} & 0,25 \\ 1 & e^{j\vartheta} \end{bmatrix}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} & 0,25 \\ 1 & e^{j\vartheta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 \\ 4 \end{bmatrix}}{e^{j2\vartheta} - 0,25} + 1 = \frac{e^{j2\vartheta} + 4e^{j\vartheta}}{e^{j2\vartheta} - 0,25}$$
 4 pont

$$H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=\pi} = -4, \quad y[k] = 40 \cos(k\pi + \pi)$$
 3 pont, **összesen 10 pont**

(d)
$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0,25 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 0,25 = 0 \quad \lambda_1 = 0,5, \quad \lambda_2 = -0,5.$$
 2 pont

Egyik megoldás. $h[k] = M_1(0,5)^{k-1} + M_2(-0,5)^{k-1}$, ha $k \geq 1$

$$k \quad x_1[k] \quad x_2[k] \quad u[k] = \delta[k] \quad y[k] = h[k]$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 0,25 \quad 4 \quad 0 \quad 4$$

$$2 \quad 1 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0,25$$

3 pont

$$k = 1 \quad M_1 + M_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad M_1 = 2,25$$

$$k = 2 \quad 0,5M_1 - 0,5M_2 = 0,25 \quad \Rightarrow \quad M_2 = 1,75$$

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1](2,25(0,5)^{k-1} + 1,75(-0,5)^{k-1}) \quad 3 \text{ pont, összesen } \mathbf{8 \text{ pont}}$$

Másik megoldás. $h[k] = D\delta[k] + \varepsilon[k.1]\mathbf{C}^T(\mathbf{L}_1\lambda_1^{k-1} + \mathbf{L}_2\lambda_2^{k-1})\mathbf{B}$

$$\mathbf{L}_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}(\mathbf{A} - \lambda_2\mathbf{E}) = \frac{1}{0,5 - (-0,5)} \begin{bmatrix} 0,5 & 0,25 \\ 1 & 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,25 \\ 1 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}(\mathbf{A} - \lambda_1\mathbf{E}) = \frac{1}{-0,5 - 0,5} \begin{bmatrix} -0,5 & 0,25 \\ 1 & -0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,25 \\ -1 & 0,5 \end{bmatrix} \quad 4 \text{ pont}$$

$$\mathbf{C}^T\mathbf{L}_1\mathbf{B} = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0,5 & 0,25 \\ 1 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 \\ 4 \end{bmatrix} = 2,25,$$

$$\mathbf{C}^T\mathbf{L}_2\mathbf{B} = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0,5 & -0,25 \\ -1 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,25 \\ 4 \end{bmatrix} = 1,75$$

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1](2,25(0,5)^{k-1} + 1,75(-0,5)^{k-1}) \quad 2 \text{ pont, összesen } \mathbf{8 \text{ pont}}$$

(e) $y[0] = h[0]u[0], \quad y[1] = h[0]u[1] + h[1]u[0], \quad y[2] = h[0]u[2] + h[1]u[1] + h[2]u[0].$

$$k \quad h[k] \quad u[k] \quad y[k]$$

$$0 \quad 1 \quad 10 \quad 10$$

$$1 \quad 4 \quad -10 \quad 30$$

$$2 \quad 0,25 \quad 10 \quad -27,5$$

3 pont

Kispéldák.

- Az α paraméter mely értékeire véges energiájú az $x(t) = \varepsilon(t-1)\frac{\cos t}{t^\alpha}$ FI jel?
 $\alpha > 0,5$ **2 pont**
- Mit állíthat egy kauzális, GV-stabilis FI rendszer $y(t)$ válaszjeléről, ha $u(t)$ bemeneti jeléről ismeretes, hogy $u(t) = 0$, ha $t < -10$, és $0 \leq u(t) < 100$, ha $t \geq -10$? Indokolja választát!
 $y(t)$ korlátos (1 pont), és $y(t) = 0$, ha $t < -10$ (1 pont) **2 pont**
- Egy FI rendszer impulzusválasza: $h(t) = \delta(t-2)$, gerjesztő jele $u(t) = 5\varepsilon(t)e^{-t}$. Adja meg a rendszer válaszjelét!
 $y(t) = 5\varepsilon(t-2)e^{-(t-2)}$ **2 pont**
- Egy FI rendszer állapotváltozós leírása:

$$x'(t) = -5x(t) + 0,6u(t), \quad y(t) = 2x(t).$$

Adja meg a rendszer impulzusválaszának $h(+0)$ kezdeti értékét!

$$h(+0) = 1,2$$

2 pont

- Adja meg az $x[k] = 5 \cos(0,17\pi k + 0,2\pi)$ DI jel periodusát!

$$L = 200$$

2 pont