

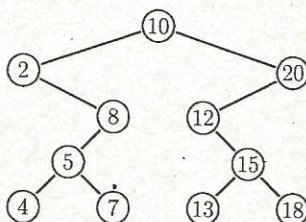
Algoritmuskonceptek zárthelyi
2014. november 5.

- Ha $f(n) = 3+6+\dots+3n$ és $g(n) = 1^n+2^n+3^n+\dots+n^n$, igaz-e, hogy $2^{f(n)} = O(g(n))$?
- Adottak a nem feltétlenül különböző a_1, a_2, \dots, a_n pozitív egész számok, továbbá egy b pozitív egész és egy $1 \leq k \leq n$ egész szám. Adjon algoritmust, amely $O(n \cdot b \cdot k)$ lépésben meghatározza, hogy a b szám hányféleképpen áll elő k db a_i összegeként, azaz hány olyan $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ van, hogy $b = a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_k}$.
- Egy $G = (V, E)$ irányítatlan, egyszerű, összefüggő gráf éleinek egy része kék, a többi piros. Kétten egyszerre lépkednek a gráfon, a piros játékos a $p \in V$ csúcsból indul, és minden lépésben egy piros él mentén halad tovább, míg a kék játékos a $k \in V$ csúcsból indul és mindig egy kék él mentén halad tovább. Mindkettőjük célja, hogy egy megadott közös $x \in V$ csúcsba eljusson a lehető legkevesebb lépéssel. Adjon egy $O(|E|)$ idejű algoritmust, ami a $p \neq k$ csúcsok és a gráf éllistájának ismeretében (amiben az élek színe is szerepel) meghatározza az összes olyan x lehetséges célt, ahova a két játékos egyszerre tud elérni.
- Egy 10 csúcsú irányított gráfon, amiben minden él súlya pozitív, a Dijkstra-algoritmust futtatta valaki az A csúcsból. Az úthosszakat tartalmazó tömbnek az 5. és 6. sorát látjuk a táblázatban. Megállapítható-e ebből, melyik és milyen súlyú él miatt történt a két sor közötti változás? Mely csúcsoknak tudjuk már ennyiből is az A -tól mért távolságát? (Tudjuk, hogy a táblázat 1. sorát az A csúcsból induló élek alapján töltötték ki.)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
				∴					
0	1	5	2	1	3	4	10	15	8
0	1	5	2	1	3	4	10	7	6
				∴					

- Egy kupacban $2^n - 1$ elemet tárolunk. A kupac elemeit az inorder bejárásnak megfelelő sorrend szerint beírtuk egy $B[1..2^n - 1]$ tömbbe. Határozza meg az összes olyan i indexet, amire lehetséges, hogy $B[i]$ a tárolt elemek közül a legkisebb, illetve amire lehetséges, hogy $B[i]$ a tárolt elemek közül a legnagyobb!
- Adott n különböző egész szám egy A tömbben. Azt akarjuk megtudni, hogy van-e közöttük kettő, melyek különbsége pontosan 42. Adjon algoritmust, aminek segítségével ezt $O(n \log n)$ lépésben el tudjuk dönteni!

- Az alábbi keresőfán hajtsa végre a BESZÚR(6), TÖRÖL(10), TÖRÖL(5) műveletsort! A kapott fát mindegyik művelet után rajzolja le!



- Egy piros-fekete fában a gyökér bal oldali részfája 3 elemet tárol. Legalább hány elemet tárol az egész fa?