

A3 2. vizsgazh, 2011 ősz

1. Oldja meg az $y'' - 5y' + 4y = e^{2t}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ kezdetiérték-problémát
2. Legyen G a háromdimenziós térben az origó középpontú, R sugarú kifelé irányított gömbfelület felső feléből álló felület, és $v(x, y, z) = (x, x, 2xy)$. Számítsa ki $\text{rot } v$ felületmenti integrálját G -n!
3. Számítsa ki a $v(x, y, z) = (0, 0, z^2)$ vektorfüggvény fluxusát annak az M magasságú, z tengelyű hengernek a kifelé irányított határán, melynek alaplapja az xy síkbeli, origó középpontú, R sugarú körlap!
4. Adja meg az $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ függvény azon 0 körüli Laurent-sorát, amely előállítja f -et a $\frac{3}{2}i$ pontban! A komplex síknak pontosan mely részhalmazán lesz konvergens ez a sor?
5. Számítsa ki $\int_K \frac{1-\text{sh } z^2}{z^3(z+1)} dz$ -t ha pozitívan irányított $|z - 3| = 0$ körvonalon!
6. (a) Legyen $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mindenütt deriválható függvény, $a \in \mathbb{R}^3$. Melyek igazak az alábbi állítások közül?
 - (1) v a -beli divergenciája v a -beli deriváltoperátora vektorinvariánsának kétszerese
 - (2) v a -beli divergenciája v a -beli deriváltoperátora skalárinvariánsának kétszerese
 - (3) v a -beli divergenciája v a -beli deriváltoperátorának \mathbb{R}^3 szokásos bázisbeli mátrixában a főátlóbeli elemek összege.
 - (4) v a -beli divergenciája v a -beli deriváltoperátorának bármely bázisbeli mátrixában a főátlóbeli elemek összege.
- (b) Legyen $D \subseteq \mathbb{R}^2$ tartomány, $u : D \rightarrow \mathbb{R}$ valós része egy D -n reguláris függvénynek. Következik-e ebből, hogy u a képzetes része valamely D -n reguláris függvénynek?