

Algoritmusok és gráfok
Vizsga - Kifejtős feladatok
2021. január 12.

A feladatok megoldását indokolni kell, ide értve az algoritmusok helyességének és lépésszámának belátását is.

1. Adott egy n csúcsú AVL-fa, ami csupa különböző egész számot tárol és ahol minden csúcsban a tárolt érték mellett van egy számláló is, ami azt adja meg, hogy az adott csúcs részfájában hány csúcs található. (A részfa a csúcsból és az összes leszármazottjából áll, azaz a gyökér esetén a számláló n , a leveleknél pedig 1.)

Adott továbbá egy $1 \leq k \leq n$ érték is és az a feladatunk, hogy megkeressük a fában tárolt k -adik legkisebb elemet. (Azaz ha $k = 1$, akkor a legkisebbet, ha $k = 3$, akkor a rendezés szerinti harmadikat, stb.)

Adjon erre a feladatra $O(\log n)$ lépésszámú eljárást.

2. Egy **irányítatlan** G gráfban, melynek csúcsai A, B, C, D, E, F, H szélességi bejárást (BFS) futtatunk a C csúcsból úgy, hogy ha választási lehetőség adódik, akkor az ábécé szerint előbb levőt választjuk.

A BFS fába a CA, CB, AD, BF, BH, DE élek kerülnek be ebben a sorrendben. Mely csúcsokkal lehet összekötni az A csúcs a G gráfban, melyekkel nem és miért?

3. Egy város térképe egy n csúcsú összefüggő, **irányítatlan**, élsúlyozott gráffal adott: a csúcsok a város csomópontjai, az élek a köztük levő közvetlen utcák, az élek súlya pedig azt adja meg, hogy mennyi az adott útszakasz megtételéhez szükséges idő. Adott a városban három csomópont: A, B , és C . Szeretnénk a lehető leghamarabb eljutni A -ból B -be, de közben lehet, hogy be kell ugranunk C -be is egy csomagért. Szeretnénk tudni, hogy ez jár-e idővesztéssel és ha igen, akkor mennyivel.

Melyik tanult algoritmust lehet használni és pontosan hogyan, hogy $O(n^2)$ lépésben megkapjuk a választ?