

1. Feladat (8 pont)

Adja meg az alábbi definíciókat!

a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 7$

b) s_F (alsó közelítő összeg) Adja meg a jelölések tartalmát is!**2. Feladat (7 pont)**Adja meg $f'(x)$ definícióját és a definíció alkalmazásával mutassa meg, hogy $(x^2)' = 2x$.**3. Feladat (13 pont)**

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{3}{1-x}$$

a) $f'(x) = ?$

b) Adjon meg egy olyan intervallumot, amelyen f invertálható, és írja fel az inverzfüggvényt!

$$D_{f^{-1}} = ? \quad R_{f^{-1}} = ?$$

4. Feladat (10 pont)

$$f(x) = \left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cos x + x \cdot \operatorname{tg} \frac{3x}{2}$$

a) $f'(x) = ? \quad D_{f'} = ?$

b) Mutassa meg, hogy az $f(x) = 0$ egyenletnek *pontosan egy* gyöke van $(0, \frac{\pi}{6})$ -ban!**5. Feladat (12 pont)**

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{1}{1-x}} = ?$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sh}(x-2)}{\operatorname{ch}(x+5)} = ?$

6. Feladat (7 pont)

$$\int \cos^3 x \, dx = ?$$

7. Feladat (6 pont)

$$\int \frac{x^2}{8+5x^3} \, dx = ?$$

8. Feladat (8 pont)

$$\int (2x+1) \cdot \ln 2x \, dx = ?$$

9. Feladat (15 pont)

a) $\int \frac{1}{(x-2)(x+1)} \, dx = ?$

b) $\int_3^{\infty} \frac{1}{(x-2)(x+1)} \, dx = ?$

10. Feladat (14 pont)a) Definiálja az $a_n \sim b_n$ fogalmat!b) $a_n = \frac{(n!)^3}{(3n)!}$ Adja meg azt a legegyszerűbb b_n sorozatot, melyre $a_n \sim b_n$ fennáll! A feladatot a Stirling formula ($n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$) felhasználásával oldja meg!c) Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$ sor? Lehetőleg a b)-beli eredményre támaszkodjon!

Az integrálszámítással kapcsolatos feladatokból legalább 15 pontot kell szerezni!

A feladatok megoldásánál ügyeljen az érthető indoklásra!