

Sztoczasztika vizsga  
2011. december 20.  
Felsőbb matematika tárgy, Villamosmérnök MSc

Munkaidő: 100 perc

- (2 pont) Definiálja a mozgó-átlag folyamat és az autoregressziós folyamat fogalmát. Mikor lesz egy autoregressziós folyamat stacionárius folyamat?
- (5 pont) Egy újonnan kifejlesztett müzli ötféle magot (A, B, C, D és E) tartalmaz, melyek százalékos megoszlása a terméken lévő tájékoztató szerint 35%, 25%, 20%, 10%, illetve 10%. Egy véletlenül kiválasztott zacskóban az alábbi mennyiségi megoszlást találtuk:

Összetevő	A	B	C	D	E
darabszám	184	145	100	68	63

Döntsön 90%-os szinten, hogy a minta összetétele megfelel-e a csomagoláson feltüntetettnek!

- (4 pont) Legyen  $X_1, \dots, X_n$  egy független azonos eloszlású minta az  $(r, p)$  paraméterű negatív binomiális eloszlásból, ahol  $r$  ismert pozitív egész és  $p \in (0, 1)$ . Adjunk maximum likelihood becslést a  $p$  paraméterre.  
Emlékeztető: Ha  $X$  eloszlása  $(r, p)$  paraméterű negatív binomiális, akkor

$$P(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, \quad x = r, r+1, r+2, \dots$$

- (3 pont) Egy nagy kiterjedésű országban 400  $A$  típusú és 200  $B$  típusú szélerőművet telepítettek. Az  $A$  típusú termelése 0,5 MW és 1,6 MW között ingadozik 1 MW átlagos termeléssel. A  $B$  típusú termelése 1,2 MW és 2,8 MW között van, átlagosan 2 MW. Tegyük fel, hogy az erőművek termelése egymástól független.

Becsüljük meg, hogy mekkora az a kapacitás, amit legalább  $1-10^{-8}$  valószínűséggel nem lép túl a 600 erőmű össztermelése.

- (11 pont) Egy internetszolgáltató költségbecslés és kapacitás-méretezés céljából a felhasználók csúcsidőbeli viselkedésére egyszerű modellt állít fel. A modell a következő: egy felhasználó 3 állapotban lehet: 1 - „idle”, nem generál forgalmat; 2 - „web”, böngészésnek megfelelő forgalmat generál; 3 - „torrent”, letöltésnek, p2p alkalmazások futtatásának megfelelő forgalmat generál.

Jelölje  $X(t)$  a felhasználó állapotát  $t$  időben. Feltesszük, hogy  $X(t), t \geq 0$  folytonos idejű Markov-folyamat a következő paraméterekkel: A beágyazott Markov-lánc  $Q$  átmenetvalószínűség mátrixa

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,8 & 0,2 & 0 \end{bmatrix}$$

Az állapotsorrend 1,2,3 balról-jobbra és felülről-lefelé. Feltesszük, hogy az 1-es állapotban marad  $Exp(10)$  ideig, a 2-es állapotban  $Exp(2)$  ideig és a 3-asban  $Exp(5)$  ideig (az időt órában mérve).

- Hosszú távon egy felhasználó az idő hány százalékában lesz az 1-es, 2-es, illetve 3-as állapotban?
- Ha a csúcsidő közepén ránézünk egy felhasználóra, akkor mi a valószínűsége, hogy 1-es állapotban van?
- Tegyük fel, hogy a szolgáltatónak egy 1-es állapotban levő felhasználó  $t$  perc alatt  $t$  pénzegységbe kerül. Hasonlóan a 2-es állapot költsége  $10t$ , a 3-as állapot költsége  $80t$  (tehát a költségráták: 1, 10, 80). Hosszú idő átlagában mennyibe kerül egy felhasználó csúcsidő-beli kiszolgálása egy percre nézve a szolgáltatónak?
- A csúcsidő közepén egy találmásra kiválasztott 5 perces időintervallumban megfigyelünk egy találmásra választott felhasználót. Mi a valószínűsége annak, hogy ezen 5 perc alatt ő folyamatosan a 3-as állapotban van?
- Az *ugrások* hány százaléka megy az 1-es állapotba?