

1. Vizsgálja meg az alábbi számsorokat a konvergencia (15P.) szempontjából

a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$, c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

2. Lepyen adva három sík (15P.)

$$tx + y + z + 1 = 0$$

$$x + ty + z + 1 = 0$$

$$x + y + tz + 1 = 0$$

A t paraméter melyik értéke mellett a fenti három síknak pontosan egy közös pontja van? Határozza meg azt a közös pontot.

3. Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit (15P.) és sajátvektorait

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Lepyen (15P.)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+y^2} & \text{ha } x^2+y^2 > 0 \\ 0 & \text{ha } x=y=0. \end{cases}$$

Számítsa ki $f'_x(0,0)$ -t és $f'_y(0,0)$ -t ha azok léteznek.

5. Határozza meg az $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ gömb-felületnek (15P.)

olyan érintősíkjait, amelyek párhuzamosak az $x + y + z = 1$ síkkal és amelyek merőlegesek arra a síkra

6. Számítsa ki az alábbi integrálokat (15P.)

a) $\int_0^1 \int_0^1 x \cos(x+y) dx dy$, b) $\int_0^1 \int_1^2 (x^3 y + x^2 y^2) dx dy$

7 (10P.)

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x \cos(x+y+z) dx dy dz = ?$$