

1. feladat (7+7=14 pont)

a) Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n+1)^n}{n!} x^n$ sor konvergenciasugarát!

b) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-7)^n}{\sqrt[5]{n}} (x-3)^{2n}$ sor konvergenciatartományát!

2. feladat (6+6=12 pont)

Határozza meg a következő függvények $x_0 = 5$ bázispontú Taylor-sorát és ezek konvergenciasugarát!

$$a) \quad f(x) = e^{2x-4}, \quad b) \quad g(x) = \frac{1}{2+3x}.$$

3. feladat (8+6=14 pont)

a) Határozza meg az $f(x) = \frac{1}{\sqrt[7]{5+4x^3}}$ függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát valamint a sor konvergenciasugarát!

b) Elemi műveletekkel adja meg az $f^{(9)}(0)$ és $f^{(10)}(0)$ deriváltakat!

4. feladat (7 pont)

Határozza meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot 9^n$ összeg pontos értékét!

5. feladat (6+5=11 pont)

a) Határozza meg az $f(x) = \sin(4x) \cos(3x)$ függvény Fourier-sorát!

b) Mondja ki a Fourier-soroknál tanult Dirichlet-tételt!

6. feladat (5+12+3=20 pont)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^3 - x^2}{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

a) Hol folytonos a függvény?

b) Adja meg a parciális deriváltakat mindenütt, ahol léteznek!

c) Hol létezik a függvény gradiense? (Indokoljon!)

7. feladat (7+3=10 pont)

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^4}, \quad P = (2, 1)$$

a) Írja föl a függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!

b) Adjon meg egy olyan \underline{e} egységvektort, amelyre $\frac{df(P)}{d\underline{e}} = 0$.

8. feladat (12 pont)

Legyen g kétszer folytonosan deriválható egyváltozós valós függvény, és

$$f(x, y) := g(y^2 e^{2x+y}).$$

Határozza meg az f összes másodrendű parciális deriváltját!