

FODOR GYÖRGY

JELEK ÉS RENDSZEREK

EGYETEMI TANKÖNYV



Műegyetemi Kiadó, 2006

Előszó

A valóságos fizikai, kémiai, műszaki, gazdasági folyamatokat *modellek* segítségével írjuk le. A modellalkotás során leegyszerűsítjük a jelenségeket, miáltal lehetővé tesszük a folyamatokban részt vevő mennyiségek értelmezését és azok kapcsolatainak leírását. Az egyszerűsítés szükségszerűen oda vezet, hogy a modell nem írja le kifogástalanul a folyamatokat. Nagyon nehéz és nem egyértelműen megoldható feladat olyan modellt alkotni, amely a vizsgált folyamatot elfogadható mértékig helyesen és ugyanakkor a rendelkezésre álló eszközökkel kezelhető módon írja le.

A következőkben a valóságos folyamathoz tartozó modell előállításával nem foglalkozunk, hanem a modellt adottnak tekintjük. Az előforduló változók ennek megfelelően sokféle fizikai, gazdasági, stb. mennyiséget jelenthetnek. Célunk egyrészt a különféle modellek közötti kapcsolatok feltárása, másrészt az adott változók ismeretében a keresett változók számítása. Csak érintőlegesen foglalkozunk a fordított feladattal, amikor bizonyos tulajdonságú modell előállítására törekszünk.

Mivel nem foglalkozunk a folyamatok valódi tartalmával, ezért a tárgyalt fogalmak és módszerek meglehetősen általánosak. Ennek ellenére sok olyan folyamat van, amely az itt tárgyalt módszerekkel csak pontatlanul vagy akár egyáltalában nem írható le. Az általánosságunk viszont az az ára, hogy a tárgyalt folyamatok és a bennük szereplő változók elvontak. Amikor a továbbiakban arról beszélünk, hogy egy u gerjesztőjel hatására (esetleg sok közbülső jel közvetítésével) milyen y válaszjel jön létre, akkor az Olvasó érdeklődése és ízlése szerint gondolhat egy erő hatására fellépő más erőre, elmozdulásra vagy elektromos feszültségre, elektromos áram hatására létrejövő elektromos feszültségre vagy hőmérséklet-változásra, pénzbefektetéshez tartozó árukészletre és így tovább.

A könyv által tárgyalt anyagot 4 részre bontottuk (pl. 2. Analízis az időtartományban). Mindegyik rész néhány fejezetre oszlik (pl. 2.2. A rendszeregyenlet). Az egyes fejezetek szakaszokra vannak bontva (például: 2.2-2. A rendszeregyenlet megoldása). Az egyes szakaszok az áttekintés megkönnyítése céljából pontokra tagolódnak (pl. 2.2-2.2. Az impulzusválasz számítása). A legtöbb pont illusztratív példákat is tartalmaz. Az ábrák és képletek számozása egy fejezeten belül folytonos, a szakaszon belüli hivatkozásnál a fejezet számát elhagytuk (pl. a 2.1-4. ábrára a 2.1. fejezeten belül, mint 4. ábra hivatkozunk). Minden szakasz feladatokkal és azok megoldásával zárul (pl. 2.2-2.F. és 2.2-2.M. pont). A feladatok az elméleti rész és a mintapéldák alapján megoldhatók, a nehezebb feladatokhoz "útmutatás" is tartozik. A feladatok egy része kiegészítés az elméleti részhez.

A fontosabb fogalmak (pl. definíciók) és képletek keretbe vannak foglalva. Némi túlzással azt állíthatjuk, hogy ezek alkotják a mondanivalót, minden más csak magyarázat, kiegészítés, illusztráció. A képletszámmal ellátott összefüggések ugyancsak hasznos információkat tartalmaznak, a számmal nem ellátottak csak közbülső lépéseket jelentenek.

A csillaggal (*) jelölt pontok, példák és feladatok kihagyhatók a lényeges mondanivaló megértésének veszélyeztetése nélkül.

Feltételezzük, hogy az olvasó tisztában van a lineáris algebra alapjaival (mátrix fogalma, alpműveletek mátrixokkal, lineáris egyenletrendszer, komplex számok algebrája), valamint a differenciál- és integrálszámítás alapfogalmaival. Az ezen túlmenő és felhasznált matematikai apparátust tárgyalni fogjuk a teljesség és a matematikai szigorra való törekvés mellőzésével. A számítástechnikai apparátust csak a fogalmi szintig tárgyaljuk, mellőzzük a mélyebb algoritmikus megfontolásokat és a programozási technikákat.

* * *

Az áttekintés érdekében megadjuk az egyes részek tartalmát.

1. Alapfogalmak. (A jel, a rendszer, a hálózat értelmezése, ezek fontosabb osztályainak áttekintése.)

2. Analízis az időtartományban. (A rendszer jellemzése az impulzusválaszával, a rendszeregyenletével, az állapotváltozós leírásával, a jelfolyam hálózatával, jelfolyam gráfiával, nemlineáris rendszerek analízise.)

3. Analízis a frekvenciatartományban. (A szinuszos és a periodikus gerjesztéshez tartozó válasz, a jel leírása a frekvenciatartományban, a rendszer és a hálózat jellemzése az átviteli karakterisztikájával, a rendszer válaszáinak számítása a Fourier-transzformáció alkalmazásával.)

4. Analízis a komplex frekvenciatartományban. (Jelek leírása a komplex frekvenciatartományban, a rendszer és a hálózat jellemzése az átviteli függvényével, a rendszer válaszáinak számítása a Laplace-transzformáció alkalmazásával. Kapcsolatok a folytonos és a diszkrét idejű rendszerek között.)

A függelékben a MATLAB programcsomag néhány, az előszóban tárgyalt mennyiség és függvény számítására szolgáló utasítás ismertetését tartalmazza.

Az 1. és a 2. rész zárt egységet képez, amelyre a többi támaszkodik. A 3. és a 4. rész bármelyike kihagyható, sorrendjük felcserélhető.

A könyv a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Műszaki Informatika szakán az alapképzés keretében a 4. félévben oktatott "Jelek és rendszerek" tantárgy tananyagát tartalmazza.

Ajánlható e könyv továbbá mindazoknak, akik meg akarnak ismerkedni a rendszerelmélet, a hálózatelmélet és a jelfeldolgozás elméleti alapjaival.

* * *

Köszönöm mindazoknak, akik segítségemre voltak e könyv előkészítésében és megírásában. Pávó József a második kiadás, néhai Trón Tibor az első kiadás gondos lektorálását végezte, Barbarics Tamás az ábrákat készítette és a szöveget szerkesztette, Benkő Péter Tamás, Bilicz Sándor, Fejérváriné Führer Livia és Székely Ádám a példákat ellenőrizte. Feleségem szeretete és türelme nélkül ez a könyvem sem készülhetett volna el.

Budapest, 2006. február

dr. Fodor György

TARTALOMJEGYZÉK

Rendszeresen használt jelek és rövidítések.....	XV
1. Alapfogalmak.....	1
1.1. Jelek.....	3
1.1-1. Jelek osztályozása.....	3
1.1-1.1. Változó és jel.....	3
1.1-1.2. Folytonos idejű és diszkrét idejű jelek.....	4
1.1-1.3. Folytonos értékű és diszkrét értékű jelek.....	5
*1.1-1.4. Determinisztikus és sztochasztikus jelek.....	6
1.1-1.F. Feladatok.....	7
1.1-1.M. Megoldások.....	8
1.1-2. Néhány diszkrét idejű jel.....	8
1.1-2.1. Diszkrét idejű jelek leírása.....	8
1.1-2.2. Az egységugrás.....	11
1.1-2.3. Az eltolt diszkrét idejű jel.....	11
1.1-2.F. Feladatok.....	12
1.1-2.M. Megoldások.....	12
1.1-3. Néhány folytonos idejű jel.....	13
1.1-3.1. Folytonos idejű jelek leírása.....	13
1.1-3.2. Az egységugrás és a Dirac-impulzus.....	14
1.1-3.3. A jel deriváltja.....	16
1.1-3.F. Feladatok.....	19
1.1-3.M. Megoldások.....	19
1.1-4. Jelek néhány osztálya.....	20
1.1-4.1. Belépő jelek.....	20
1.1-4.2. Páros és páratlan jelek.....	20
1.1-4.3. Véges tulajdonságú jelek.....	21
1.1-4.4. Ablakozott jelek.....	23
1.1-4.F. Feladatok.....	23
1.1-4.M. Megoldások.....	24
1.2. Rendszerek.....	25
1.2-1. A rendszer fogalma.....	25
1.2-1.1. Egy-gerjesztésű, egy-válaszú rendszer.....	25
1.2-1.2. Sok-gerjesztésű, sok-válaszú rendszer.....	26
1.2-1.F. Feladatok.....	27
1.2-1.M. Megoldások.....	28

1.2-2. Rendszerek osztályozása	28
1.2-2.1. Az osztályozás szempontjai	28
1.2-2.2. Lineáris rendszerek	29
1.2-2.3. Invariáns rendszerek	29
1.2-2.4. Kauzális rendszerek	30
1.2-2.5. Stabilis rendszerek	31
1.2-2.6. Memóriamentes rendszerek	31
1.2-2.F. Feladatok.....	32
1.2-2.M. Megoldások	32
1.3. Hálózatok.....	33
1.3-1. A hálózat fogalma	33
1.3-1.1. Komponensek összekapcsolása	33
1.3-1.2. A rendszer és a hálózat kapcsolata	34
1.3-2. Hálózatok néhány osztálya	34
1.3-2.1. Jelfolyam hálózatok	34
*1.3-2.2. Néhány további hálózattípus	36
2. Analízis az időtartományban.....	39
2.1. Az impulzusválasz és alkalmazásai.....	41
2.1-1. Diszkrét idejű rendszer impulzusválasza	41
2.1-1.1. Az impulzusválasz definíciója	41
2.1-1.2. A válasz számítása	42
2.1-1.3. Gerjesztés-válasz stabilitás	46
*2.1-1.4. Az ugrásválasz és alkalmazásai	47
2.1-1.F. Feladatok.....	47
2.1-1.M. Megoldások	48
2.1-2. Folytonos idejű rendszer impulzusválasza	50
2.1-2.1. Az impulzusválasz definíciója	50
2.1-2.2. A válasz számítása	51
2.1-2.3. Gerjesztés-válasz stabilitás	55
2.1-2.4. Az ugrásválasz és alkalmazásai	56
2.1-2.F. Feladatok.....	57
2.1-2.M. Megoldások	59
2.2 A rendszeregyenlet.....	61
2.2-1. A rendszeregyenlet fogalma	62
2.2-1.1. A rendszeregyenlet általános alakja.....	62
2.2-1.2 A diszkrét idejű rendszeregyenlet.....	62
2.2-1.3 A folytonos idejű rendszeregyenlet	65
2.2-1.F. Feladatok.....	68
2.2-1.M. Megoldások	69
2.2-2. A rendszeregyenlet megoldása	70
2.2-2.1. Általános megfontolások	70
2.2-2.2. Az impulzusválasz számítása.....	71

*2.2-2.3. Szabad és gerjesztett összetevőre bontás.....	75
2.2-2.F. Feladatok.....	82
2.2-2.M. Megoldások.....	82
2.2-3. A gerjesztés-válasz stabilitás.....	84
2.2-3.1. A rendszeregyenlet sajátértékei.....	84
2.2-3.2. A rendszeregyenlet karakterisztikus egyenlete.....	85
2.2-3.F. Feladatok.....	89
2.2-3.M. Megoldások.....	89
2.3. Az állapotváltozós leírás.....	91
2.3-1. Alapfogalmak és alapegyenletek.....	91
2.3-1.1. Az állapotváltozó fogalma.....	91
2.3-1.2. Diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírása.....	92
2.3-1.3. Folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása.....	94
*2.3-1.4. Új állapotváltozók bevezetése.....	96
*2.3-1.5. Az állapotváltozós leírás és a rendszeregyenlet kapcsolata.....	97
2.3-1.F. Feladatok.....	100
2.3-1.M. Megoldások.....	100
2.3-2. Az állapotváltozós leírás megoldása összetevőkre bontással.....	101
2.3-2.1. Általános megfontolások.....	101
2.3-2.2. A szabad összevő számítása.....	102
2.3-2.3. A gerjesztett összetevő számítása.....	104
2.3-2.4. A kezdeti feltételek érvényesítése.....	106
2.3-2.5. Az impulzusválasz számítása.....	110
*2.3-2.6. Többszörös sajátértékek esete.....	113
*2.3-2.7. Sajátfüggvényével gerjesztett rendszer.....	114
2.3-2.F. Feladatok.....	116
2.3-2.M. Megoldások.....	117
2.3-3. Az állapotváltozós leírás megoldása mátrixfüggvényekkel.....	118
2.3-3.1. Általános megfontolások.....	118
2.3-3.2. A megoldás formulája.....	118
2.3-3.3. Az impulzusválasz kifejezése.....	120
2.3-3.4. Mátrix sajátértékei.....	120
2.3-3.5. Mátrix függvénye egyszeres sajátértékek esetén.....	122
*2.3-3.6. Mátrix függvénye többszörös sajátértékek esetén.....	124
*2.3-3.7. Az állapotegyenlet szétcsatolása.....	126
2.3-3.8. Folytonos idejű válasz közelítő számítása.....	129
2.3-3.F. Feladatok.....	130
2.3-3.M. Megoldások.....	132
2.3-4. Aszimptotikus stabilitás.....	133
2.3-4.1. Az aszimptotikus stabilitás feltételei.....	133
*2.3-4.2. A rendszeregyenlet és az állapotmátrix sajátértékei.....	134
2.3-4.3. Aszimptotikus stabilitás és gerjesztés-válasz stabilitás.....	135
2.3-4.F. Feladatok.....	136
2.3-4.M. Megoldások.....	137

2.4. Jelfolyam hálózatok.....	139
2.4-1. Általános törvények.....	139
2.4-1.1. Elemi komponensek.....	139
2.4-1.2. Összekapcsolási szabályok és kényszerek.....	141
*2.4-1.3. Sokváltozós lineáris komponens helyettesítése.....	142
2.4-1.F. Feladatok.....	143
2.4-1.M. Megoldások.....	143
2.4-2. Az állapotváltozós leírás előállítása.....	144
2.4-2.1. Elemi megfontolások.....	144
2.4-2.2. A hálózat regularitása.....	147
2.4-2.3. A hálózat stabilitása.....	148
2.4-2.4. A rendszeregyenlet előállítása.....	149
2.4-2.F. Feladatok.....	151
2.4-2.M. Megoldások.....	153
2.4-3. Az egyenletek realizálása.....	155
2.4-3.1. A feladat megfogalmazása.....	155
2.4-3.2. Az állapotváltozós leírás realizálása.....	156
2.4-3.3. A rendszeregyenlet realizálása.....	157
2.4-3.F. Feladatok.....	157
2.4-3.M. Megoldások.....	158
2.5. Nemlineáris rendszerek.....	159
2.5-1. Állapotváltozós leírás.....	159
2.5-1.1. A nemlineáris rendszer fogalma.....	159
2.5-1.2. A rendszer állapotváltozós leírása.....	160
2.5-1.3. Nemlineáris jelfolyam hálózat.....	161
2.5-1.4. Egyensúlyi állapotok.....	163
2.5-1.5. Az egyensúlyi állapot stabilitása.....	164
2.5-1.F. Feladatok.....	166
2.5-1.M. Megoldások.....	167
2.5-2. Az állapotegyenlet megoldása.....	169
2.5-2.1. Általános megfontolások.....	169
2.5-2.2. Linearizálás az egyensúlyi állapotban.....	170
2.5-2.3. Tartományonkénti linearizálás.....	172
2.5-2.4. A diszkrét idejű állapotegyenlet megoldása.....	178
2.5-2.5. A folytonos idejű állapotegyenlet megoldása.....	179
*2.5-2.6. Stabilitásvizsgálat.....	182
2.5-2.F. Feladatok.....	187
2.5-2.M. Megoldások.....	188
3. Analízis a frekvenciatartományban.....	191
3.1. Állandósult válasz.....	193
3.1-1. Szinuszos válasz.....	193
3.1-1.1. A szinuszos jel.....	193
3.1-1.2. Szinuszos jel komplex leírása.....	196

3.1-1.3. Az átviteli karakterisztika	199
3.1-1.4. Átviteli karakterisztika és rendszeregyenlet	201
3.1-1.5. Átviteli karakterisztika és állapotváltozós leírás	205
3.1-1.6. Az átviteli karakterisztika ábrázolása	207
3.1-1.F. Feladatok.....	209
3.1-1.M. Megoldások	211
3.1-2. Periodikus válasz.....	212
3.1-2.1. Általános megfontolások	212
3.1-2.2. Diszkrét idejű jel Fourier-sora	215
3.1-2.3. A diszkrét idejű periodikus válasz	219
3.1-2.4. Folytonos idejű jel Fourier-sora.....	220
3.1-2.5. A folytonos idejű periodikus válasz.....	224
3.1-2.F. Feladatok.....	226
3.1-2.M. Megoldások	228
3.2. Jelek és rendszerek spektrális leírása	231
3.2-1. A Fourier-transzformáció.....	231
3.2-1.1. A Fourier-transzformáció defíciója	231
3.2-1.2. Néhány jel spektruma	234
3.2-1.3. A Fourier-transzformáció néhány tétele	239
3.2-1.4. Speciális jelek spektruma.....	246
3.2-1.5. Sávkorlátozott folytonos idejű jelek	248
*3.2-1.6. Időkorlátozott folytonos idejű jelek.....	253
*3.2-1.7. Ablakozott jelek spektruma	254
3.2-1.F. Feladatok.....	257
3.2-1.M. Megoldások	260
3.2-2. A válasz spektrális előállítása	264
3.2-2.1. A válasz spektruma és időfüggvénye.....	264
3.2-2.2. Az átviteli karakterisztika és az impulzusválasz.....	265
*3.2-2.3. Kauzális rendszerek átviteli karakterisztikája	267
3.2-2.4. Torzításmentes jelátvitel	269
3.2-2.5. A rendszer sávszélességei	272
3.2-2.6. A jel sávszélességei	273
*3.2-2.7. A sávszélesség és a jelszélesség kapcsolata	275
3.2-2.8. Moduláció	277
3.2-2.F. Feladatok.....	280
3.2-2.M. Megoldások	283
3.3. Hálózatanalízis a frekvenciatartományban.....	289
3.3-1. Általános törvények.....	290
3.3-1.1. Elemi komponensek.....	290
3.3-1.2. Összekapcsolási szabályok és kényszerek	292
*3.3-1.3. Általánosabb komponensek	293
3.3-1.F. Feladatok.....	294
3.3-1.M. Megoldások	295

3.3-2. Az átviteli karakterisztika számítása	296
3.3-2.1. Elemi megfontolások	296
3.3-2.2. Regularitás és stabilitás.....	298
3.3-2.F. Feladatok.....	299
3.3-2.M. Megoldások	299
4. Analízis a komplex frekvenciatartományban	301
4.1. Jelek leírása a komplex frekvenciatartományban	303
4.1-1. A DI és az FI Laplace-transzformáció	303
4.1-1.1. A transzformációk definíciója.....	303
4.1-1.2. Az impulzusok és az egységugrás transzformáltja	305
4.1-1.3. A transzformációk néhány tétele	306
*4.1-1.4. Periodikus jelek transzformáltja	316
*4.1-1.5. Jelek leírása a frekvencia- és a komplex frekvenciatartományban....	318
*4.1-1.6. Konvergencia és inverzió	319
4.1-1.F. Feladatok.....	322
4.1-1.M. Megoldások	323
4.1-2. A DI és az FI Laplace-transzformáció inverziója	326
4.1-2.1. A módszerek áttekintése	326
4.1-2.2. Inverz transzformáció polinomosztással.....	326
4.1-2.3. Inverz transzformáció részlettörtekre bontással	328
*4.1-2.4. Inverz transzformáció többszörös pólusok esetén	333
4.1-2.5. Nem racionális függvények inverz transzformációja	336
4.1-2.F. Feladatok.....	338
4.1-2.M. Megoldások	340
4.2. Rendszeranalízis a komplex frekvenciatartományban	343
4.2-1. Az átviteli függvény	343
4.2-1.1. Az átviteli függvény definíciója	343
4.2-1.2. Átviteli függvény és rendszeregyenlet.....	345
4.2-1.3. Átviteli függvény és állapotváltozós leírás	347
4.2-1.4. Átviteli függvény és átviteli karakterisztika	349
4.2-1.5. Gerjesztés-válasz stabilitás	350
4.2-1.6. A pólus-zérus elrendezés	352
4.2-1.F. Feladatok.....	357
4.2-1.M. Megoldások	358
4.2-2. A válasz számítása	360
4.2-2.1. Az átviteli függvény alkalmazása	360
4.2-2.2. A rendszeregyenlet megoldása	361
4.2-2.3. Az állapotváltozós leírás megoldása.....	364
*4.2-2.4. A periodikus gerjesztéshez tartozó válasz.....	364
4.2-2.F. Feladatok.....	370
4.2-2.M. Megoldások	372

4.2-3. Néhány speciális rendszer	374
4.2-3.1. Bevezetés	374
4.2-3.2. Véges impulzusválaszú rendszer	374
4.2-3.3. Mindentáteresztő rendszer	375
4.2-3.4. Minimálfázisú rendszer	378
4.2-3.5. Az átviteli függvény tényezőkre bontása	380
*4.2-3.6. Szűrők	382
*4.2-3.7. Maximálisan lapos szűrők	384
*4.2-3.8. Maximálisan lapos futási idejű mindentáteresztő szűrők	389
4.2-3.F. Feladatok	391
4.2-3.M. Megoldások	391
4.3. Hálózatanalízis a komplex frekvenciatartományban	395
4.3-1. Az átviteli függvény számítása	395
4.3-1.1. Elemi komponensek	395
4.3-1.2. Összekapcsolási szabályok és kényszerek	398
4.3-1.3. Az egyenletek közvetlen felírása	399
4.3-1.4. Az időtartománybeli egyenletek transzformációja	401
4.3-1.F. Feladatok	402
4.3-1.M. Megoldások	403
4.3-2. Az átviteli függvény realizálása	405
4.3-2.1. A realizációs feladat	405
4.3-2.2. A direkt realizációk	406
4.3-2.3. Kaszkád realizáció	407
4.3-2.F. Feladatok	409
4.3-2.M. Megoldások	410
4.4. Kapcsolatok FI és DI jelek és rendszerek között	411
4.4-1. Szimuláció	411
4.4-1.1. A feladat megfogalmazása	411
4.4-1.2. Az impulzusválasz szimulációja	413
4.4-1.3. Az átviteli függvény szimulációja	415
*4.4-1.4. Az átviteli karakterisztika szimulációja	419
*4.4-1.5. Az állapotváltozós leírás szimulációja	421
*4.4-1.6. A jelfolyam hálózat szimulációja	422
4.4-1.F. Feladatok	424
4.4-1.M. Megoldások	426
4.4-2. Mintavételezett jelek	428
4.4-2.1. A mintavételezett jel fogalma	428
4.4-2.2. A mintavételezett jel spektruma	430
4.4-2.3. A mintavételezett jel Laplace-transzformáltja	435
4.4-2.4. A mintavételezett jel rekonstrukciója	438
4.2-2.F. Feladatok	445
4.2-2.M. Megoldások	446

ML. A MATLAB[®] néhány alkalmazása rendszeranalízisre	447
ML-1. A rendszer megadása	447
ML-1.1. Általános elvek	447
ML-1.2. Az állapotváltozós leírás.....	448
ML-1.3. Az átviteli függvény	448
ML-1.4. Az átviteli függvény gyöktényezős alakja.....	449
ML-1.5. A rendszert jellemző adatok	449
ML-1.6. Rendszerleírás átalakítása	450
ML-1.7. Diszkrét idejű szimuláció	450
ML-1.P. Példák	451
ML-2. Impulzusválasz és ugrásválasz meghatározása	454
ML-2.1. Általános elvek	454
ML-2.2. Az impulzusválasz meghatározása	454
ML-2.3. Az ugrásválasz meghatározása	456
ML-2.4. Rendszer-identifikáció.....	456
ML-2.P. Példák	456
ML-3. A válasz számítása	458
ML-3.1. Általános elvek	458
ML-3.2. A gerjesztés megadása.....	458
ML-3.3. A válasz meghatározása.....	459
ML-3.P. Példák	460
ML-4. Az átviteli karakterisztika	461
ML-4.1. Általános elvek	461
ML-4.2. Az átviteli karakterisztika számítása	461
ML-4.3. Az átviteli karakterisztika ábrázolása.....	462
ML-4.4. Az átviteli karakterisztika pontonkénti megadása	462
ML-4.P. Példák	463
Irodalomjegyzék	465
Tárgymutató	467