



1. FELADAT. (2+2+2p) Tekintsük az

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(y^2)/\sqrt{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

függvényt! Adjuk meg az  $f'_x(x, y)$  és  $f'_y(x, y)$  parciális deriváltakat az összes olyan pontban, ahol léteznek (az origóban a definícióval dolgozzunk)! Hol lesz totálisan deriválható az  $f(x, y)$  függvény?

2. FELADAT. (3+3p) Határozzuk meg az  $f(x, y) = x - \sin(xy)$  függvény  $(x_0, y_0) = (1, \pi/2)$  ponthoz tartozó érintősíkjának egyenletét! Adjunk becslést a teljes differenciál segítségével az  $|f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)|$  eltérésre, ha tudjuk, hogy  $|\Delta x| \leq 0.01$  és  $|\Delta y| \leq 0.02$ !

3. FELADAT. (6p) Három nemnegatív valós szám összege 12. Hogyan válasszuk a számokat, hogy szorzatuk a lehető legnagyobb legyen? Mekkora a maximális szorzat?

4. FELADAT. (6p) Határozzuk meg, hogy hol és milyen lokális szélsőértékei vannak az  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$  függvénynek!

5. FELADAT. (6p) Adjuk meg az  $f(x, y) = \arctg(y/x)$  függvény integrálját az alábbi egyenlőtlenségekkel meghatározott halmazon!

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\geq 1, \\ x^2 + y^2 &\leq 9, \\ y &\geq 0, \\ y &\leq \sqrt{3}x \end{aligned}$$



1. FELADAT. (2+2+2p) Tekintsük az

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x^2)/\sqrt{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

függvényt! Adjuk meg az  $f'_x(x, y)$  és  $f'_y(x, y)$  parciális deriváltakat az összes olyan pontban, ahol léteznek (az origóban a definícióval dolgozzunk)! Hol lesz totálisan deriválható az  $f(x, y)$  függvény?

2. FELADAT. (3+3p) Határozzuk meg az  $f(x, y) = x - \cos(xy)$  függvény  $(x_0, y_0) = (0, \pi)$  ponthoz tartozó érintősíkjának egyenletét! Adjunk becslést a teljes differenciál segítségével az  $|f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)|$  eltérésre, ha tudjuk, hogy  $|\Delta x| \leq 0.02$  és  $|\Delta y| \leq 0.01$ !

3. FELADAT. (6p) Három nemnegatív valós szám összege 18. Hogyan válasszuk a számokat, hogy szorzatuk a lehető legnagyobb legyen? Mekkora a maximális szorzat?

4. FELADAT. (6p) Határozzuk meg, hogy hol és milyen lokális szélsőértékei vannak az  $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$  függvénynek!

5. FELADAT. (6p) Adjuk meg az  $f(x, y) = \arctg(y/x)$  függvény integrálját az alábbi egyenlőtlenségekkel meghatározott halmazon!

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\geq 4, \\ x^2 + y^2 &\leq 16, \\ y &\geq 0, \\ y &\leq x/\sqrt{3} \end{aligned}$$