

# ZÁRTHELYI

I. éves villamosmérnök hallgatóknak 1997. május 14.

1. Legyen  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 0 < x < \pi \\ 8, & \text{ha } -\pi < x < 0 \end{cases} \quad f(x+2\pi) = f(x)$

a) Határozza meg a fenti függvény Fourier sorát !

b) Határozza meg a Fourier sor összegét az  $x=0$  és  $x = -\frac{\pi}{2}$  helyeken !

2. a) Bizonyítsa be, hogy a  $2 \times 2$  valós elemű mátrixok halmaza vektorteret alkot a valós számtest felett. (A szokásos műveleteket értelmezve)

b) Hány dimenziós ez a tér? Adjon meg egy egyszerű bázist !

c) Skaláris szorzat-e ebben a térben a mátrixszorzás ?

d) Altere-e ennek a térnek az  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$  alakú mátrixok halmaza ?

3. Legyen  $\underline{T}$  egy lineáris tranzformáció, amely az  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  bázisvektorokhoz a következő vektorokat rendeli hozzá, ha

$$\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} \quad \text{ill.} \quad \vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$$

$$\text{akkor legyen} \quad \underline{T} \cdot \vec{i} = \vec{a} \quad \underline{T} \cdot \vec{j} = \vec{a} \times \vec{b} \quad \underline{T} \cdot \vec{k} = \vec{a} + 2\vec{b}$$

Írja fel  $\underline{T}$  mátrixát az  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  bázisban !

4. Adottak az  $x - y + z = 0$

$$-3x + 2y - z = b$$

$$-2x + y + az = -1 \quad \text{egyenletek.}$$

Határozza meg  $a$  és  $b$  értékét úgy, hogy az egyenletrendszernek

a) ne legyen megoldása

b) végtelen sok megoldása legyen. (Adja is meg a megoldást !)

5. Legyen  $z = f(x, y) = \arctg \frac{y}{x+1}$ .

a) Határozza meg a  $P(0,1)$  pontban az érintősík egyenletét !

b) A fenti pontban legfeljebb mekkora az  $f(x,y)$  hibája, ha  $|\Delta x| \leq 10^{-1}$  ill.  $|\Delta y| \leq 3 \cdot 10^{-1}$   
(Számszerű eredmény nem szükséges !)

6. Legyen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Folytonos-e a függvény az origóban ?

b) Határozza meg a parciális deriváltfüggvényeket !