

1. feladat (18 pont)

Hol és milyen típusú szakadása van az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+3)}{x^2-x-12}, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{3 \operatorname{ch}(x^2)}{x-2}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

2. feladat (5+10=15 pont)

a) Írja le egy f függvény x_0 pontbeli deriváltjának definícióját!

b) A definíció alapján számolja ki az $f(x) = \sqrt{2x+3}$ függvény deriváltját az $x_0 = 3$ pontban!

3. feladat (12+10+10=32 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x \qquad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{ch}(4x+3)}{\operatorname{sh}(2-4x)} \qquad c) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\arcsin(3x+9)}{\operatorname{tg}(-6-2x)}$$

4. feladat (17 pont)

Határozza meg az $f(x) = 3\pi - \arccos(7-4x)$ függvény értelmezési tartományát, értékkészletét, igazolja, hogy a függvény invertálható, majd adja meg a függvény inverzét, annak értelmezési tartományát és értékkészletét!

5. feladat (18 pont)

Melyek azok a legbővebb intervallumok, amelyeken az $f(x) = (x-1) \operatorname{arctg}(x+1)$ függvény konvex, illetve konkáv? Hol vannak inflexiós pontjai a függvénynek?

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Az egységnyi oldalú szabályos háromszögnek levágjuk az egyik sarkát úgy, hogy a levágott rész egy $x \in (0,1)$ oldalú szabályos háromszög. Milyen x -re maximális a $T(x)/K(x)$ mennyiség, ahol $T(x)$ a megmaradt trapéz területe, $K(x)$ pedig a kerülete? (Bizonyítás nélkül elfogadjuk, hogy a vizsgált függvénynek maximuma van a vizsgált szakaszon.)