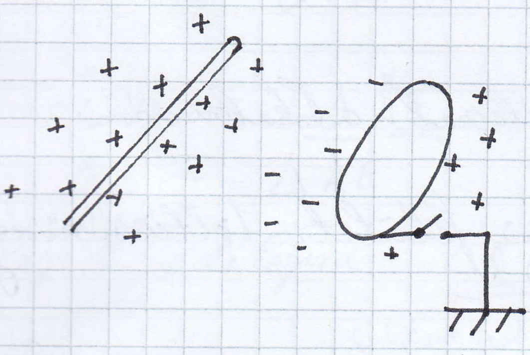
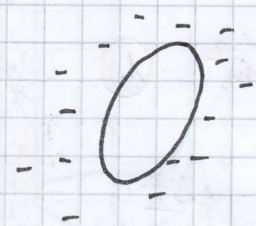
Elektrosztatika

Töltés megosztás



→ Földelés után ⊕ semlegesülnek

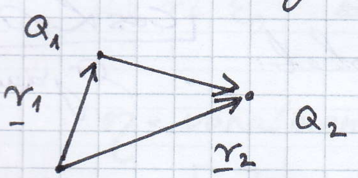
→ 1x földelést, majd a rudat eltávolítva



Coulomb-törvény

Két pontszerű töltés között ható erő.

- Az erő mindig az összekötő egyenesben hat.
- ⊕↔⊕ / ⊖↔⊖ | ⊕→←⊖
- Centrális → konzervatív erő
- Az erő mindig a táv négyzetével fordítottan arányos $\sim \frac{1}{r^2}$



$$\boxed{F_2 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$k = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$

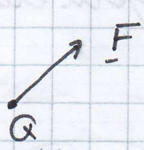
$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}86 \cdot 10^{-12}\ As/Vm$

Kiterjedt testeknél: Coulomb + szuperpozíció elve

Elemi töltés $\boxed{e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C}$

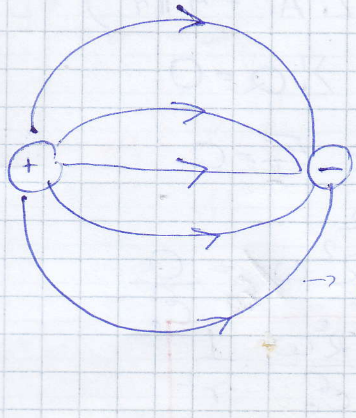
Elektromos térerősség: $\underline{E}$

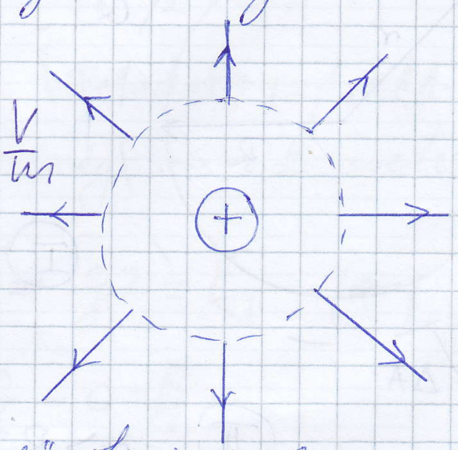
$\boxed{\underline{F} = Q \cdot \underline{E}}$ Az elektromos térerősség megadja az egységnyi pozitív töltésre ható erő nagyságát és irányát.



$[Q] = C = As$

$[E] = N/C = Nm/Cm = J/Asm = \frac{VAs}{Asm} = \frac{V}{m}$





→ erővonalak: érintő húzásával megadja az adott pont hatásvonalát

Elektrosztatika

$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

Villamos térerősség: $\underline{E} = \frac{\underline{F}}{Q}$ $[1 \ N/C]$

A térerősség vonalak olyan görbék, melyek megadják irányított érintőikkel a térerősség irányát.

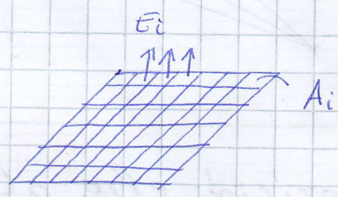
A töltés maga körül létrehoz egy ún. elektromos teret, és a másik töltésre ez a tér erővel hat.

Gauss-tétel

Φ Fluxus: Adott felületen áthaladó villamoserővonalak szám

$\Delta \phi = \underline{E} \cdot \Delta \underline{A} = |\underline{E}| \cdot |\Delta \underline{A}| \cdot \cos \alpha$

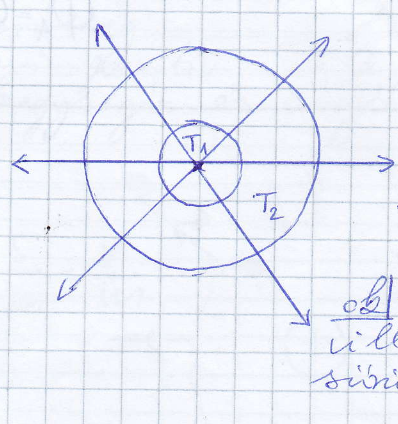
$\phi_{E(\text{elektromos})} = \sum \underline{E}_i \cdot \Delta \underline{A}_i$



Tétel:

Töltéseloszlás által létrehozott elektrosztatikus erőtér zárt felületen vett fluxusa megegyezik a zárt felületen belül lévő össztöltés mennyiség és a vákuum dielektromos állandójának hányadosával.

$\phi_A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

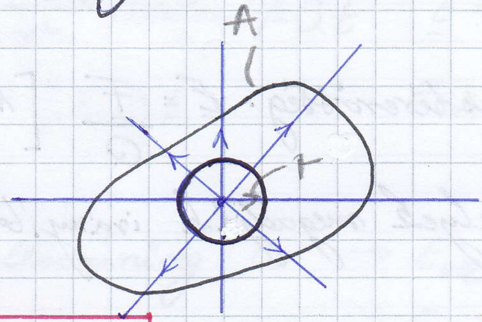


$T_1 > T_2$ térerősség

ok: nagyobb a vill. erővonalak sűrűsége

Gauss „levezetése":

Ⓐ Zárt felületen belül:



$\Phi_A = \Phi_r$ (u.a. erővonal halad át rajtuk)

$E = k\frac{Q}{r^2}$ $\qquad \Delta A \parallel E$

$\Delta\Phi = k\frac{Q}{r^2}\Delta A$

$\Delta\Phi_r = \sum k\frac{Q}{r^2}\Delta A_i = k\frac{Q}{r^2}\sum A_i =$

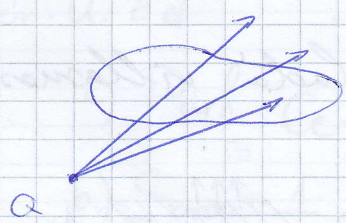
$= k\frac{Q}{r^2}(4\pi r^2) =$ $\quad * \ \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}(4\pi r^2) = Q/\varepsilon_0$

$$\boxed{\Phi_A = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

(vákuum d.á.)

B. Zárt felületen kívül:

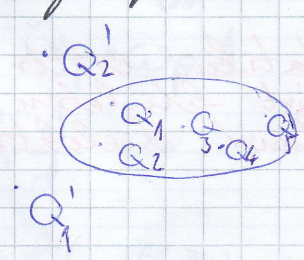


Szemléltető ábra alapján:

kilépő e.v. + belépő e.v. = 0

$\rightarrow \boxed{\Phi_A = 0}$

C. Szuperpozíció elve alapján:



„Q_i'"-k nem adnak járulékot a Φ-ba

$E = E_1 + E_2 + \dots E_n$

$\Phi_A = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots \Phi_n = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} + \dots \frac{Q_n}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{\frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0} = \Phi_A}$

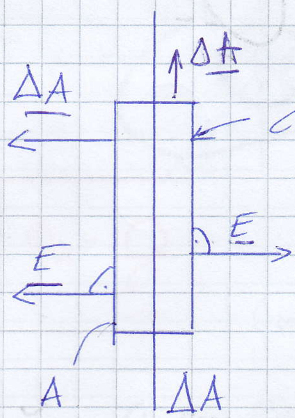
10.17.

4. óra

Az elektrosztatika Gauss-tételének alkalmazásai

$[\omega] = 1\ C/m^2$

(1.) Végtelen **sík** $(\omega > 0)$ ω felületi töltéssűrűség



Ellenőrző zárt felület

$$\underline{E} \cdot \Delta \underline{A} = E \cdot \Delta A \cdot \cos\alpha$$

α a felületi normális és a villamos térerősség által bezárt α,

$$\underline{E} \parallel \Delta \underline{A} \rightarrow \underline{E} \cdot \Delta \underline{A} = |\underline{E}| \cdot |\Delta \underline{A}|$$

ezért $\alpha = 90°$ $\Rightarrow$ $\cos\alpha = 0$

0 járulék

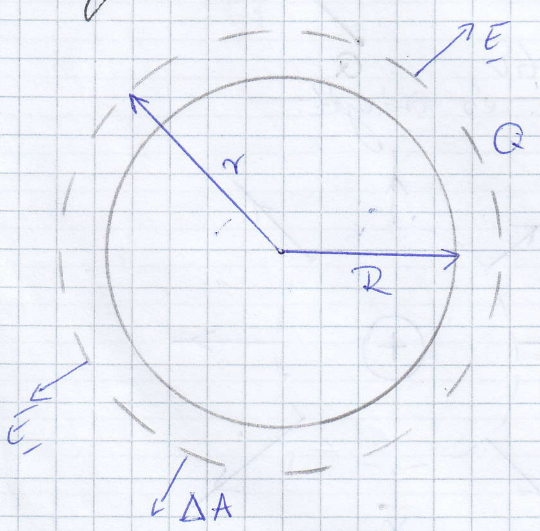
Az oldallapokra összegezve az elemi fluxusokat:

$$AE + AE = 2AE$$

Az alap, fedő-, elő-, hátlap nem ad járulékot! $\alpha = 90°$; $\Delta A \perp E$

Tehát: $2AE = \dfrac{\omega A}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \dfrac{\omega}{2\varepsilon_0}}$ „Nagy" síklap"

(2.) **Gömbfelületen** vett ω felületi töltéssűrűség (gömbszimmetria)

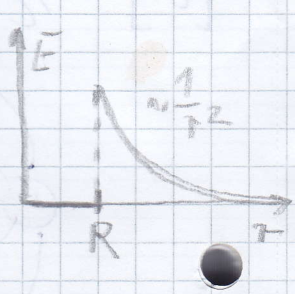


$\omega > 0$; Ellenőrző felület,

$$\underline{E} \parallel \underline{A} \rightarrow \sum \underline{E}_i \Delta \underline{A}_i = E \cdot \sum \Delta A_i\ ;\ E_i = E = \text{áll}$$

a fluxus $= 4\pi r^2 E$

$$\left(\sum E \cdot \Delta A = E \cdot \sum A_i = 4\pi r^2\right)$$



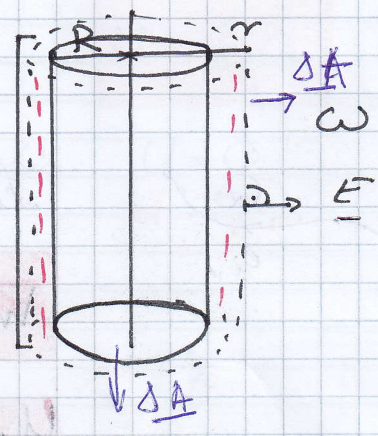
(I.) $0 \leq r \leq R$ $\quad \sum Q = 0$

$$4\pi r^2 E = 0 \rightarrow E_I = 0$$

(II.) $r > R$; $\overset{\Phi_r}{4\pi r^2 E} = \overset{\Phi_R}{4\pi R^2 \omega / \varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{E_{II} = \frac{R^2 \omega}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}}$$

3. Henger-felület (hengerszimmetria)



· Palástra: $\Delta \underline{A} \parallel \underline{E}$

$\Delta \underline{A} \cdot \underline{E} = \Delta A E$

· Alap & fedőlapra: $\underbrace{\Delta \underline{A} \perp \underline{E}}$

Nem ad járulékot

$A_{palást} = 2\pi r L E$ fluxusa

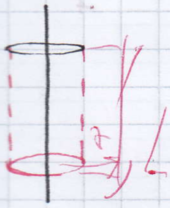
I $\quad 0 \leq r \leq R \qquad 2\pi r L E = 0 \rightarrow E_I = 0$

II $\quad r > R \qquad 2\pi r L E = 2\pi R L \omega / \varepsilon_0$

$$\boxed{E_{II} = \frac{\omega R}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}}$$

$^* E = \frac{2\pi R L \omega}{2\pi r L \varepsilon_0} = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} \cdot R\omega \cdot \frac{1}{r} = \frac{R\omega}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$

$\left[\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi r^2} \right]$



η - vonalmenti töltéssűrűség

$[\eta] = 1 \ C/m$

$$\boxed{E = \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}}$$

$E(2\pi r L) = L\eta / \varepsilon_0$

28. feladat ~~W~~ 11.6 (HW 24C-23)

$Q_1 + Q_2 = Q$

$Q_1 \qquad Q_2$

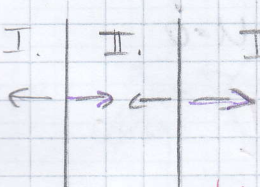
$q \qquad (Q-q)$

?: mikor van max taszító hatás?

$F(q) = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = k \frac{q(Q-q)}{r^2} \rightarrow \frac{dF(q)}{d(q)} = 0$ Ha azonosan oszlik el a töltés

$q \cdot (Q-q) = Qq - q^2 = -(-Qq + q^2) = -\left[\left(q - \frac{Q}{2}\right) - \frac{Q^2}{4} \right] \rightarrow q = \frac{Q}{2}$

2. feladat 29 fel. (HN ~~+~~25A-5) (Feladatgyűjt. 11-18 fel.)



$\frac{\omega}{2\varepsilon_0}$: Térerősség ∞ sík esetén

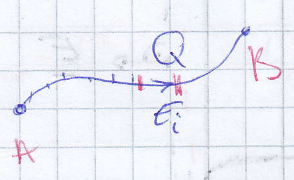
Szuperpozíció elve

I. $\frac{\omega}{2\varepsilon_0} + \frac{\omega}{2\varepsilon_0} = \frac{\omega}{\varepsilon_0} = E_1 \quad (\leftarrow)$

II. $\frac{\omega}{2\varepsilon_0} - \frac{\omega}{2\varepsilon_0} = 0 = E_{II}$

III. $\frac{\omega}{2\varepsilon_0} + \frac{\omega}{2\varepsilon_0} = \frac{\omega}{\varepsilon_0} = E_{III} \quad (\rightarrow)$

Elektromos potenciál



Kvázisztatikusan mozgatom

$$W_{AB} = \sum -Q\underline{E_i}\,\Delta \underline{s_i}$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = \sum -\underline{E_i}\cdot\Delta \underline{s_i} \quad (\text{Feszültség})$$

Villamos feszültség.

Megadja mennyi munkát kell végeznünk midőn +1C-nyi töltést A-ból B-be viszünk kvázisztatikusan.

Az elektrosztatikus erőtér konzervatív erőtér.

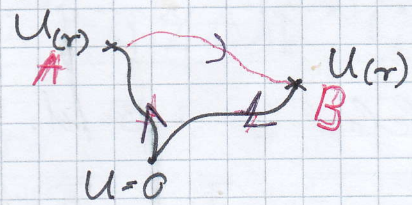
1. Zárt görbe esetben a munkavégzés = 0.
2. Munkavégzés csak az A és B-től függ
3. Örvénymentes

Elektrosztatikus potenciál:

Az elektrosztatikus potenciál azt a munkát jelenti, amelyet az egységnyi ⊕ töltésen kell végezni, midőn zérus potenciálú helyről az adott potenciálú helyre visszük.

feszültség: $U_{AB} = U_B - U_A$

$U_{(r)} = -\sum \underline{E_i}\,\Delta \underline{s_i}$



A potenciálkülönbség nem függ attól, hogy milyen úton jutunk el az egyik pontból a másikba.

konzervatív erőtér!

$$U_A + U_{AB} - U_B = 0$$

$$\Downarrow$$

$$U_{AB} = U_B - U_A$$

Lásd: O A B zárt görbét