

A mágneses tér alapfogalmai, alaptörvényei

A nyugvó villamos töltések közötti erőhatásokat a villamos tér közvetíti (Coulomb törvénye). A mozgó töltések (villamos áramot vivő vezetők) között is fellép erőhatás, amit a mágneses tér közvetít.

Egyenletesen mozgó töltések (egyenáram) hatására állandó, változó sebességgel mozgó (gyorsuló vagy lassuló) töltések hatására változó mágneses tér keletkezik.

A mágneses tér mozgás, változás esetén fizikai erőhatást fejt ki a töltésekre, ami töltés-szétválasztó (feszültséget indukáló) hatással jár.

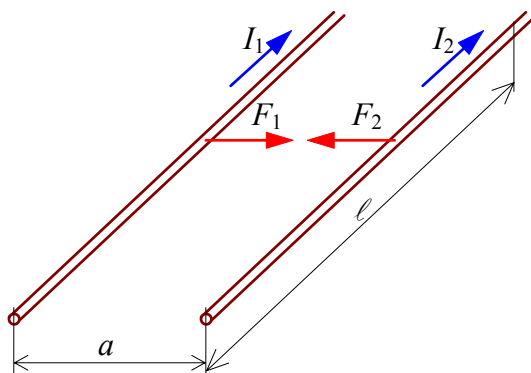
A mágneses tér

Egyenáramokat feltételezve a mágneses tér jellemzőinek értelmezése általában egyszerűbb.

Ha vákuumban (vagy levegőben) elhelyezkedő, a keresztmetszetükhöz képest hosszú párhuzamos vezetőkben a töltések egyenletes sebességgel áramlanak (egyenáram folyik), akkor a vezetők között állandó nagyságú erőhatás lép fel. Ennek az erőnek a nagyságát az áramokkal kifejezett erőtvény írja le, amely szerint levegőben, $F_1=F_2=F$ jelöléssel

$$F = k \frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N)},$$

ahol I_1 és I_2 – a két vezető árama, a – a vezetők egymástól mért távolsága, ℓ – a vezetők vizsgált szakaszának hossza.



Áramjárta vezetőkre ható erők

Ha $I_1=I_2=1$ A és $\ell=a=1$ m, akkor $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \left(= \frac{\text{VAs}}{\text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{m}} \right)$,

ebből következően $k = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$, átalakítással: $k = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi}$, itt $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ a vákuum permeabilitása. Ezt az összefüggést az 1 A nagyságú áram definiálására is alkalmazzák.

Az erő nagysága a μ_0 permeabilitást tartalmazó kifejezéssel

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N)}.$$

Az erő iránya a vezetők között azonos áramirány mellett vonzó, ellenkező irányú áramok esetén taszító (a hurok tágul).

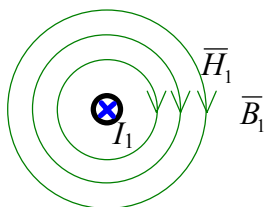
Az ábrán I_2 áramot vivő vezetőre ható F_2 erő fellépését úgy is értelmezhetjük, hogy az I_1 áram egyenletes sebességgel áramló töltései a vezető körül a tér különleges állapotát hozzák létre

és ez az állapot – a mágneses tér – hat az I_2 áramot vivő vezető egyenletes sebességgel áramló töltéseire.

A mágneses tér egyik jellemzője a mágneses térerősség. Homogén közegben az I_1 áram által létrehozott H_1 mágneses térerősség független a teret kitöltő anyagtól.

$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}$, amivel az I_2 áramot vivő vezető ℓ hosszúságú szakaszára ható F_2 erő:

$$F_2 = H_1 \mu_0 I_2 \ell.$$

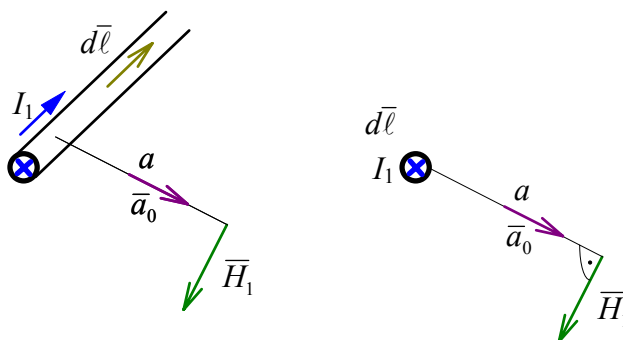


Áramjárta egyenes vezető mágneses tere

Egy I_1 áramot vivő vezetőtől a távolságra a H_1 mágneses térerősség vektoros alakja:

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2\pi a} d\vec{\ell} \times \vec{a}_0,$$

ahol \vec{a}_0 – a vezetőtől a tér vizsgált pontjának irányába mutató egységvektor, $d\vec{\ell}$ – a vezetőben folyó áram irányába mutató egységvektor.



A mágneses térerősség vektor képzése

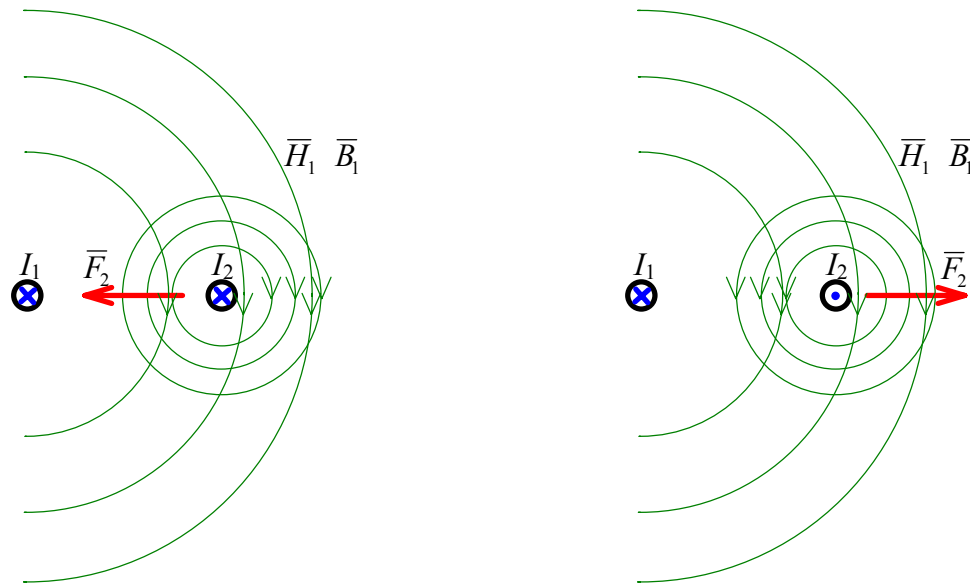
A továbbiakban egyszerűsítő jelölként az áramot, ami skalár mennyiség, olyan vektornak tekintjük, amelynek iránya az áram iránya a vezetőben, nagysága pedig az áram értéke: $\vec{I}_1 = I_1 d\vec{\ell}$.

Inhomogén és ferromágneses közegben a H térerősség számítása bonyolultabb, a gerjesztési törvény szerint kell eljárni.

A \vec{H} térerősség vektormennyiség, iránya a tér minden pontjában megegyezik a mágnesű északi (\vec{E}) irányával, ami egyetlen vezető esetén az áram irányában haladó jobbmenetű csavar forgásiránya. A mágneses térerősség SI mértékegysége

$$[H] = \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

A térerősséget erővonalakkal ábrázolják, ezek a tér minden pontjában a térerősség irányába mutatnak. A mágneses térerősség erővonalai önmagukban záródnak, nem keletkeznek és nem végződnek.



Áramjárta vezetõre ható erõ egy másik vezetõ térben

Egy H erõségû mágneses térbe helyezett, I áramot vivõ ℓ hosszúságú vezetõre ható erõ:

$\vec{F} = \mu_0 \ell \vec{I} \times \vec{H}$, ahol \vec{I} iránya a pozitív töltésáramlás iránya. Az ábrán latható esetre:

$$\vec{F}_2 = \mu_0 \ell \vec{I}_2 \times \vec{H}_1.$$

Szemléletesen: az \vec{F} erõ az erõvonalak „sûrûsödése” felõl a „ritkulás” irányában hat.

Egy 1 A áramot vivõ vezetõtõl 1 m távolságra a térerõség nagysága $H = 0,159 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, egy

$H = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ erõségû mágneses térbe helyezett 1 A áramot vivõ vezetõre ható erõ nagysága

$$F = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

A vizsgált teret kitöltõ anyagtól függõ térjellemezõ a \vec{B} mágneses indukció, ami szintén vektormennyiség, SI mértékegysége Tesla¹ tiszteletére

$$[B] = \text{T} = \text{tesla} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}.$$

Adott H térerõségnél

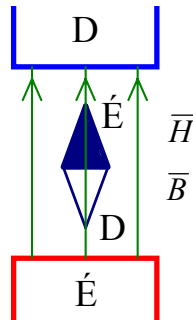
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H},$$

itt μ_r – a teret kitöltõ közeg anyagára jellemzõ dimenzió nélküli szám, a relatív permeabilitás, $\mu = \mu_0 \mu_r$ – a teljes permeabilitás. A μ_r relatív permeabilitás gyakran nem állandó, a térerõségtõl és a kiindulási mágneses állapottól is függhet. Azt mutatja, hogy azonos H térerõség hatására egy adott anyagban a B indukció hányszorosára nõ a vákuumban fellépõ értéknek.

A $H = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ erõségû mágneses tér indukciója levegõben ($\mu_r=1$) $B=4\pi 10^{-7}$ T.

A B indukció iránya általában H irányával egyezik, a tér vizsgált pontjába helyezett iránytû északi sarkának irányába mutat, a mágnesen (pl. az iránytûn) belül a déli pólustól az északi, mágnesen kívül az északitól a déli felé. Az indukcióvonalak tehát a mágnesbõl az északi pólusánál lépnek ki és a déli felé haladnak. Az iránytû északi pólusa a földrajzi északi sark (illetve a közelében elhelyezkedõ mágneses pólus) felé mutat.

¹ Tesla, Nikola (1856-1942) szerb származású mérnök, kutató



A mágneses tér definíció szerinti iránya

Bizonyos anyagok – a ferromágneses anyagok – belsejében az indukció jelentősen megnő a vákuumhoz képest. Ennek egyszerű, szemléletes magyarázata az ilyen anyagokban meglévő molekuláris köráramok hozzájárulása a külső tér indukciójához. A ferromágneses anyagok μ_r relatív permeabilitása:

$$1 \leq \mu_r \leq 10^3 - 10^6.$$

μ_r meghatározása bonyolult számítással vagy méréssel történhet.

A mágneses indukciót is indukcióvonalakkal szemléltetik.

Egy B indukciójú mágneses térbe helyezett, I áramot vivő ℓ hosszúságú vezetőre ható erő tetszőleges anyagú közegben:

$$\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B}.$$

Az ábrán látható esetre $\vec{F}_2 = \ell \vec{I}_2 \times \vec{B}_1$.

Egy 1 T indukciójú mágneses térbe helyezett 1 A áramot vivő vezetőre ható erő nagysága

$$F = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

A B indukció adott A felületre vett integrálja a felület Φ fluxusa: $\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$, homogén tér-

ben, az indukció irányára merőleges felületre (az indukció irányával megegyező irányú felületi normális esetén) $\Phi = BA$. A fluxus skalár mennyiség, SI mértékegysége Weber² tiszteletére

$$[\Phi] = \text{Wb} = \text{weber} = \text{Vs}.$$

A mágneses tér szemléltetésénél az erővonalakat gyakran fluxusvonalaknak értelmezik, vagyis a tér azon részén, ahol nagyobb az indukció, ott sűrűbbek a vonalak.

1 T indukciójú homogén mágneses térben az 1 m² merőleges felületen áthaladó fluxus nagysága 1 Wb.

A magyar műszaki nyelvben az indukció szó két fogalmat is jelent:

- a mágneses tér jellemzője (tulajdonképpen fluxus sűrűség),
- jelenség, ami a villamos vezetőben feszültséget hoz létre (tulajdonképpen töltésszétválasztás).

A gerjesztési törvény (Ampère³ törvénye)

A mágneses körök számításának legfontosabb törvénye szerint a \vec{H} térerősség vektor vonalmenti integrálja tetszőleges zárt görbe mentén megegyezik a görbével határolt A felüle-

² Weber, Wilhelm Eduard (1804-1891) német fizikus

³ Ampère, André-Marie (1775-1836) francia fizikus, matematikus, vegyész

ten áthaladó áramok algebrai összegével, a felület \mathcal{O} gerjesztésével. Általános alakja J áram-sűrűségű térbeli áramlás feltételezésével:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \int_A \vec{J} d\vec{A} = \mathcal{O}.$$

A gerjesztés skalár mennyiség, SI mértékegysége $[\mathcal{O}] = \text{A}$.

Amennyiben a vizsgált görbe homogén térerősségű szakaszokon halad keresztül, akkor a bal oldalon álló integrál, ha a töltéshordozók koncentráltan, villamos vezetőkben áramlanak, akkor a jobb oldalon álló integrál összegezésévé egyszerűsödhet: $\sum_i H_i \ell_i = \sum_j I_j$.

Állandó μ permeabilitás esetén a gerjesztési törvény más alakban is felírható:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \oint \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{\ell} = \frac{1}{\mu} \oint \vec{B} d\vec{\ell} = I, \text{ vagy } \oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu I, \text{ itt } \mu = \mu_0 \mu_r.$$

Példa

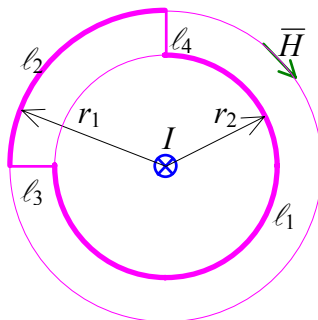
Vizsgáljunk egy I áramot vivő vezetőt. Tőle a távolságra a mágneses térerősség:

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

Ha (nem ferromágneses közegben) a tetszőleges zárt görbe a vezetőtől a távolságra rajzolt (a sugarú) körív és a körüljárás iránya megegyezik \vec{H} irányával, akkor

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \frac{I}{2\pi a} \oint d\ell = \frac{I}{2\pi a} 2\pi a = I.$$

Hasonló eredményt kapunk, ha különböző köríveken záródó görbét vizsgálunk (nem ferromágneses közegben) az alábbi ábra szerint:



A gerjesztési törvény illusztrálása

$$\ell_1 \text{ mentén } H_1 = \frac{I}{2\pi r_1},$$

ℓ_3 és ℓ_4 mentén H merőleges az integrálási útra, így a skalár szorzat $\vec{H} d\vec{\ell} = 0$,

$$\ell_2 \text{ mentén } H_2 = \frac{I}{2\pi r_2}.$$

$$\left. \begin{aligned} \int_{\ell_1} H_1 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_1} \frac{3}{4} 2\pi r_1 = \frac{3}{4} I \\ \int_{\ell_2} H_2 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_2} \frac{1}{4} 2\pi r_2 = \frac{1}{4} I \end{aligned} \right\} \oint \vec{H} d\vec{\ell} = I$$

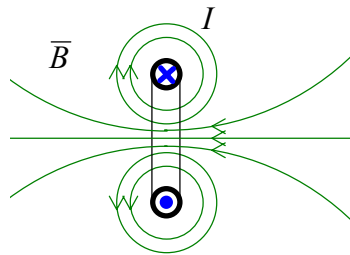
A térerősség ismeretében a létrehozó vagy a létrehozásához szükséges gerjesztés mindig kiszámítható. $|\vec{H}| = \text{const.}$ görbe mentén történő integráláskor $\vec{H}d\vec{\ell} = Hd\ell$. Ha a választott görbe homogén szakaszokra bontható, akkor

$$\oint \vec{H}d\vec{\ell} = \sum_i H_i \ell_i = \Theta.$$

A mágneses erővonalkép (fluxuskép)

Áramjárta körvezető (áramhurok)

Hengerszimmetrikus teret hoz létre, erővonalképének metszete hasonló a két, ellentétes irányú áramot vivő vezető fluxusképéhez.

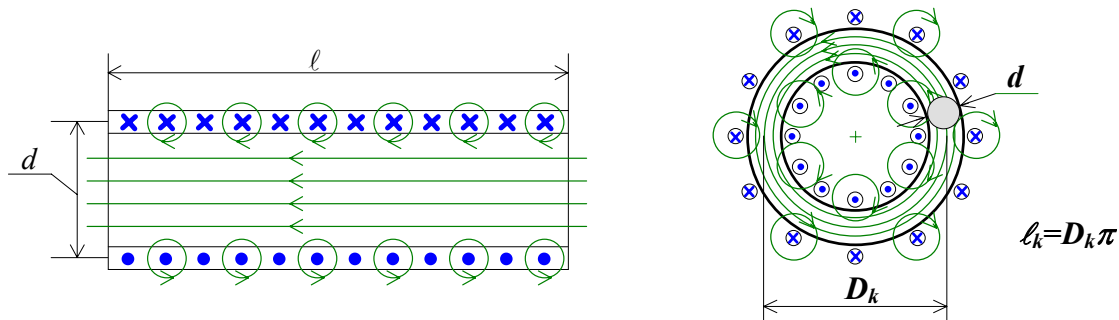


Áramjárta körvezető (hurok, menet) mágneses tere

Szolenoid, toroid

A szolenoid tekercsen belül koncentrálódik a mágneses tér, a tekercsen kívül szétszóródik, ezért elhanyagolható, amennyiben a tekercs hossza sokkal nagyobb az átmérőjénél, $\ell \gg d$, $\ell > (5-10)d$. Hasonló a helyzet toroid tekercsnél $D \gg d$, $D > (5-10)d$ esetén.

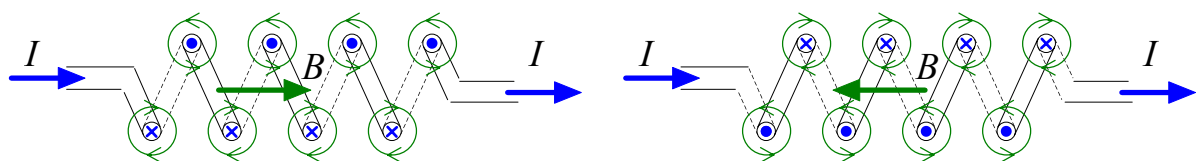
Ezeknél a tekercselrendezéseknél az egyes vezetők (menetek) sorba kapcsoltak, bennük azonos áram folyik, ezért a gerjesztési törvény alkalmazásakor $\Theta = H\ell = NI$, ahol N – a menetszám (integrálásnál a zárt görbe által körülfogott vezetők száma).



A szolenoid és a toroid mágneses tere

A gerjesztési törvény alkalmazásakor toroidnál rendszerint a D_k közepes átmérő által meghatározott ℓ_k közepes erővonalhosszal számolnak.

Adott áramirány mellett egy tekercs árama által létrehozott mágneses tér iránya az ábra szerint a tekercselés irányától függ.



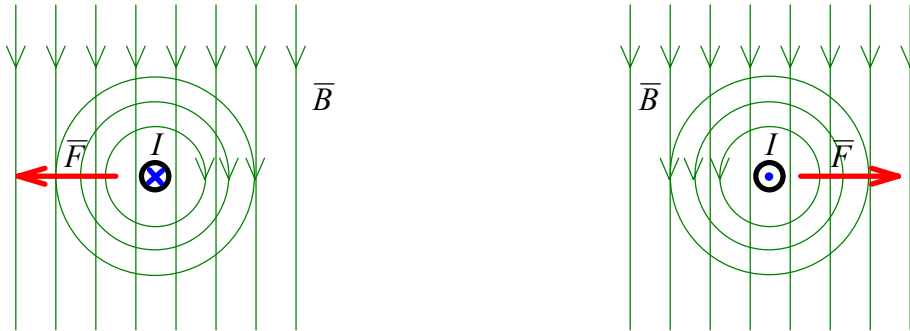
Jobb- és balmenetű tekercs mágneses tere

A továbbiakban jobbmenetű tekercseket feltételezünk.

Áramjárta vezetőre ható erő iránya

Az erőre kapott összefüggés alapján:

$$\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B} .$$



Áramjárta vezetőre ható erő homogén térben

Az eredő mágneses indukció a komponensek vektoriális összege a tér minden pontjában.

Hasznos és szórt mágneses tér

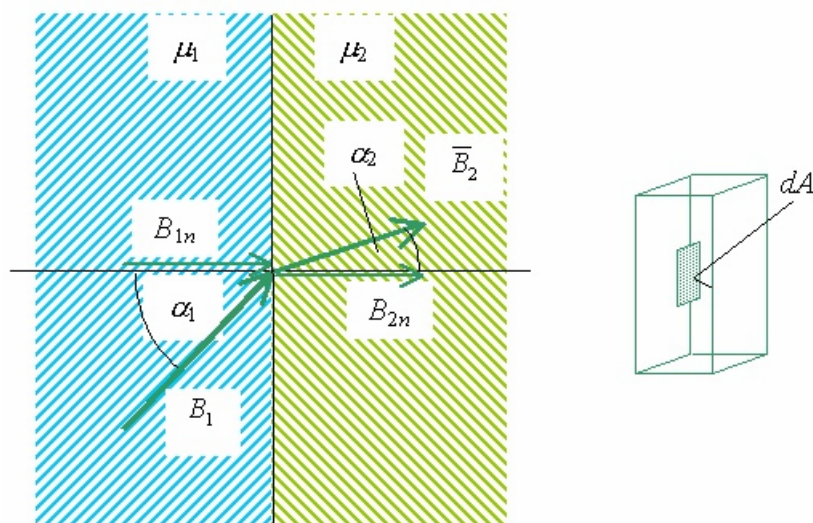
Csatolt tekercseknél (ilyen a transzformátor primer-szekunder, vagy a forgó villamos gép állórész-forgórész tekercselése) az egyik tekercs által létrehozott fluxusnak csak egy része kapcsolódik a másik tekercssel, a fluxus többi része kiszóródik. Ez utóbbit nevezik szórt fluxusnak. A szórás mértékét a σ szórási tényezővel jellemzik. Az irodalomban több definíció is található:

$$\sigma = \frac{\phi_s}{\phi_e} \quad (0 \leq \sigma \leq 1), \text{ vagy } \sigma = \frac{\phi_s}{\phi_h} \quad (\sigma > 1),$$

ahol a ϕ_e eredő (teljes) fluxus, ami a ϕ_s szórási és ϕ_h hasznos fluxus összege $\phi_e = \phi_s + \phi_h$.

Bizonyos esetekben a szórásnak fontos szerepe van, pl. a szórási induktivitás korlátozza a zárlati áramot.

A mágneses tér törési törvényei



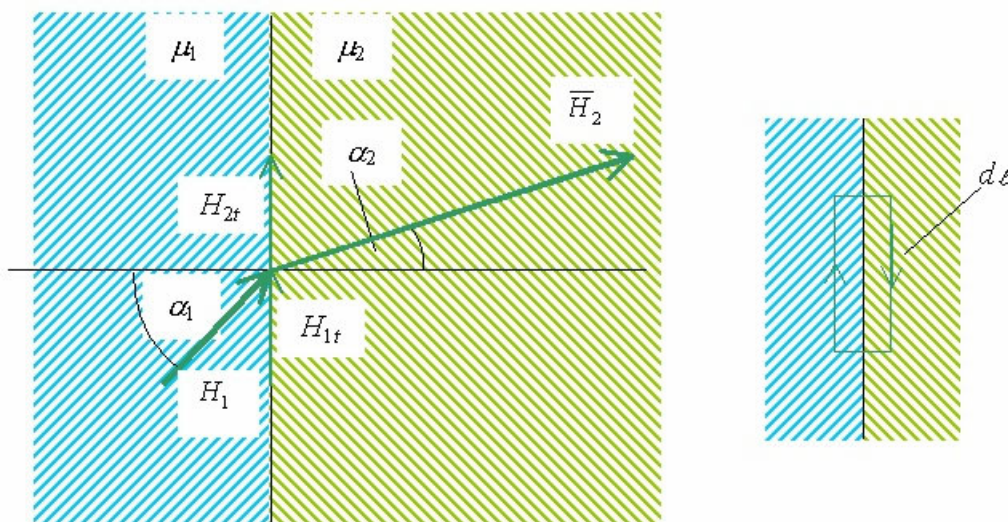
Az indukció vektor törése

Különböző permeabilitású anyagok határfelületén történő áthaladáskor a \vec{H} térerősség és a \vec{B} indukció iránya megváltozik.

A határréteg egy elemi dA felületén áthaladó teljes Φ fluxus a két anyagban, mindkét réteg felől megközelítve azonos, mivel az indukcióvonalak mindig zártak:

$$\Phi = \int_{dA} \vec{B} d\vec{A} = B_{1n} dA = B_1 \cos \alpha_1 dA = B_2 \cos \alpha_2 dA = B_{2n} dA,$$

vagyis a \vec{B} indukcióvektor normális összetevője változatlan értékű marad.



A térerősség vektor törése

A gerjesztési törvény értelmében a \vec{H} térerősség zárt görbére vett integrálja nullát kell adjon, ha a határrétegben nincs gerjesztés (nem folyik áram):

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = H_1 d\ell - H_2 d\ell = H_1 \sin \alpha_1 d\ell - H_2 \sin \alpha_2 d\ell = 0, \text{ amiből } H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2,$$

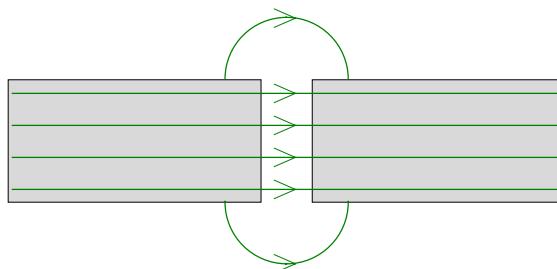
vagyis a \vec{H} térerősség vektor tangenciális összetevője marad változatlan értékű.

Határrétegnél az indukció vektor érintőleges, a térerősség vektor normális összetevője változik. A fentiek alapján

$H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2$, vagy a térerősséget az indukcióval felírva:

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_1}{\mu_0 \mu_{r1}} \sin \alpha_1 &= \frac{B_2}{\mu_0 \mu_{r2}} \sin \alpha_2 \\ B_1 \cos \alpha_1 &= B_2 \cos \alpha_2 \end{aligned} \right\} \frac{\sin \alpha_1}{\mu_0 \mu_{r1} \cos \alpha_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\mu_0 \mu_{r2} \cos \alpha_2} \Rightarrow \frac{\tan \alpha_1}{\mu_{r1}} = \frac{\tan \alpha_2}{\mu_{r2}}.$$

Ha $\mu_{r1} \gg \mu_{r2}$ (pl. vas-levegő határon $\mu_{rv} = 10^6$, $\mu_{rl} = 1$), akkor $\tan \alpha_1 \gg \tan \alpha_2$, $\alpha_1 \gg \alpha_2$, vagyis $\alpha_1 \sim 90^\circ$, $\alpha_2 \sim 0$. Ez azt jelenti, hogy a szórási erővonalak a vasból a levegőbe közel merőlegesen lépnek ki.



Az erővonalak iránya vas-levegő határon

Az indukció törvény (Faraday⁴ törvénye)

Az elektrotechnika egyik legfontosabb alaptörvénye, az általa leírt jelenség felfedezése tette lehetővé a villamos energia nagy teljesítményben való előállítását és elterjedését.

Ha egy vezetőkör – hurok áramkör, menet – által körülfogott, vele kapcsolódó fluxus bármilyen okból megváltozik, a vezetőben feszültség keletkezik (indukálódik) – villamos tér jön létre.

Az indukált feszültség arányos a fluxus időegység alatti megváltozásával:

$$u_i(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}.$$

Az indukált feszültség nem a fluxus, hanem a fluxusváltozás nagyságától és irányától függ.

a) Nyugalmi indukcióról, transzformátoros (indukált) feszültségről beszélünk, amikor a vezető nyugalomban van (a vezető térben áll), a vele kapcsolódó fluxus pedig időben változik áramváltozás vagy a mágneses kör megváltozása miatt.

b) Mozgási indukció akkor lép fel, mozgási (rendszerint forgási) indukált feszültség akkor keletkezik, amikor (állandó) mágneses térben a vezető mozgást végez és eközben „metszi” a mágneses tér erővonalait, vagyis a mozgásnak van az erővonalakra merőleges összetevője.

Az indukció során a mágneses tér megváltozása villamos teret hoz létre.

A fluxusváltozás helyett az indukált feszültség fogalmát használva a mágneses jelenséget villamos áramköri jelenséggel helyettesítjük.

A nyugalmi és a mozgási indukció a gyakorlatban sokszor egyidejűleg van jelen.

Fontos: ha a térben változó fluxusok vannak, akkor a villamos tér nem potenciális, két tetszőleges pont között a feszültség nem független az úttól! – ugyanis függ a körülzárt fluxustól, illetve annak változásától. A villamos potenciálnak mint térjellelmezőnek ilyenkor nincs értelme.

Zárt hurokban (áramkörben) az indukált feszültség a hurokellenállásnak megfelelő áramot létesít. Az ellenállás IR ohmos feszültségese – ha a körben nincs más feszültségforrás – egyensúlyt tart az U_i indukált feszültséggel, Kirchhoff huroktörvénye alapján:

$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} = 0,$$

vagy általános esetben a huroktörvény az ohmos feszültségese, a belső (galvanikus) és az indukált feszültségek eredőjére igaz:

$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} + \sum_n U_{bn} = 0.$$

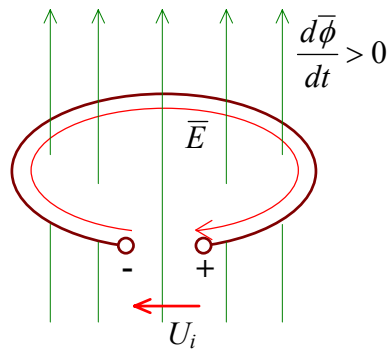
Itt U_i az indukált, U_b a nem indukció útján (pl. galvánelemmel) létrehozott belső feszültséget jelenti. (Szinuszosan váltakozó áram esetén a huroktörvény fázorokra érvényes és ohmos feszültségese helyett értelem szerűen impedanciák feszültségével kell számolni.)

Nyugalmi indukció

A fluxusváltozás és a töltésszétválasztó villamos térerősség pozitív iránya az ábra szerinti,

$$U_i = -\int \vec{E} d\vec{l}.$$

⁴ Faraday, Michael (1791-1867) angol fizikus



A nyugalmi indukció pozitív irányai

Az indukált feszültség nem a fluxus, hanem a fluxusváltozás nagyságától és irányától függ.

A tekercsfluxus

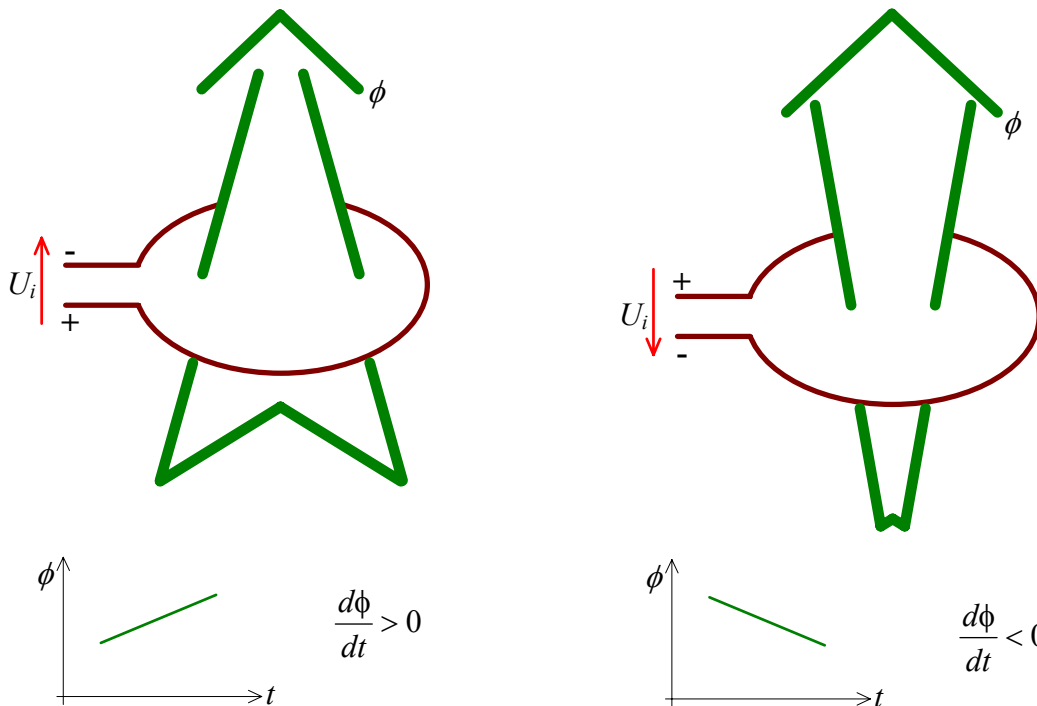
Amennyiben a változó fluxust nem egyetlen hurok, hanem N sorba kapcsolt menetből álló tekercs fogja körül és a menetek azonos irányúak (azonos irányban gerjesztenek), akkor az egyes menetekben indukált feszültségek összeadódnak. Ha minden menet azonos nagyságú fluxust fog át, akkor az eredő indukált feszültség N -szerese az egy menetben indukált feszültségnek (a menetfeszültségnek):

$$u_{iN}(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt}$$

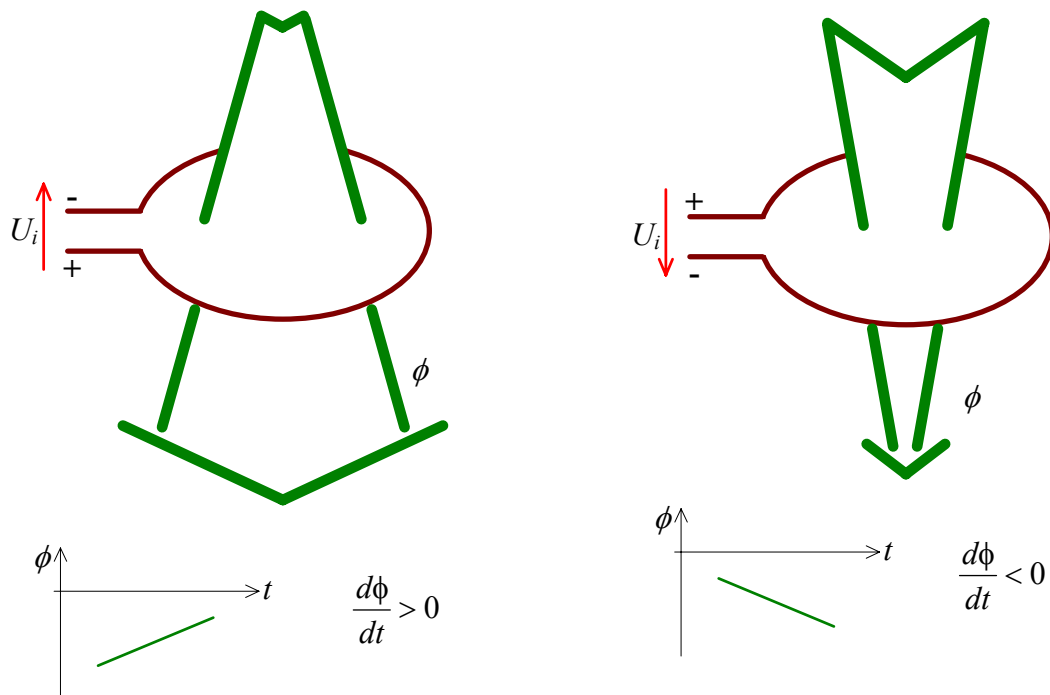
A tekercs egy-egy menetével kapcsolódó fluxusok összegezésével kapjuk a $\psi = N\phi$ tekercsfluxust (vagy fluxuskapcsolódást), amivel a tekercs eredő indukált feszültsége:

$$u_i(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$$

A fluxushoz hasonlóan a tekercsfluxus is skalár mennyiség, SI mértékegysége [Ψ]=Wb=Vs.



Az indukált feszültség polaritása különböző irányú fluxus és fluxusváltozás esetén ($\phi > 0$)

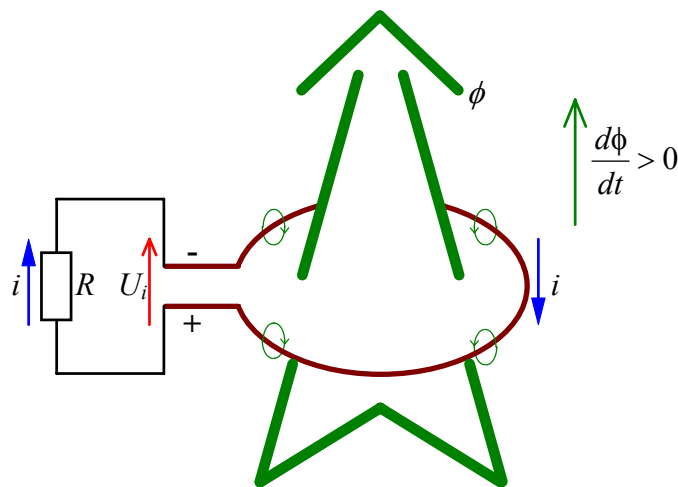


Az indukált feszültség polaritása különböző irányú fluxus és fluxusváltozás esetén ($\phi < 0$)

Lenz⁵ törvénye

Az energia megmaradásának elvéből következő törvény szerint az indukció eredményeként keletkező áramok és erők olyan hatásúak, hogy gátolják az előidéző állapotváltozást.

Nyugalmi indukció esetén a fluxusváltozás következtében indukálódó $u_i = \frac{d\phi}{dt}$ feszültség zárt áramkörben olyan i áramot kelt, amelyik az indukált feszültséget létrehozó fluxusváltozást gátló, késleltető mágneses teret (mágneses tér változást) hoz létre, az indukáló hatást csökkenti. A keletkező mágneses tér a kiindulási állapot fenntartására törekszik. Ez a törvényszerűség az önindukció alapja.



Az indukált feszültség keltette áram mágneses hatása

⁵ Lenz (Lenc), Heinrich Friedrich Emil (1804-1865) német származású fizikus

Mozgási indukciónál az indukálódó feszültség zárt áramkörben olyan i áramot kelt, amelyik a mozgással ellentétes irányú (a mozgást fékező) erőt vagy nyomatékot létesít, amivel az indukáló hatást csökkenti.

A mozgási indukció

Feszültség indukálódik egy időben állandó mágneses tér mentén, arra merőleges irányban mozgatott vezetőben is, mivel a vezetővel együtt mozgó töltésekre erő hat. Ez az erő tulajdonképpen a töltésekre hat, azok adják át a vezetőnek.

(Áramjárta vezetőnél a fellépő erő: $\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B}$.)

Tekintsük a vezetőben lévő töltés mozgását töltésáramlásnak, \vec{I}^* áramnak. \vec{I}^* nem „igazi” áram, de, mivel töltéshordozó mozgás, egy \vec{F}^* erőhatás számítható belőle. Az \vec{I}^* áram iránya a vezető mozgásának irányába mutató $d\vec{h}$ egységvektor irányával egyezik.

Ha a töltést tartalmazó vezető t idő alatt h távolságot tesz meg, sebessége $v = \frac{h}{t}$, a sebesség

vektor iránya a mozgás irányába mutat $\vec{v} = \frac{h}{t} d\vec{h}$.

Ha t idő alatt Q töltés halad át egy adott keresztmetszeten, akkor az \vec{I}^* fiktív áram nagysága:

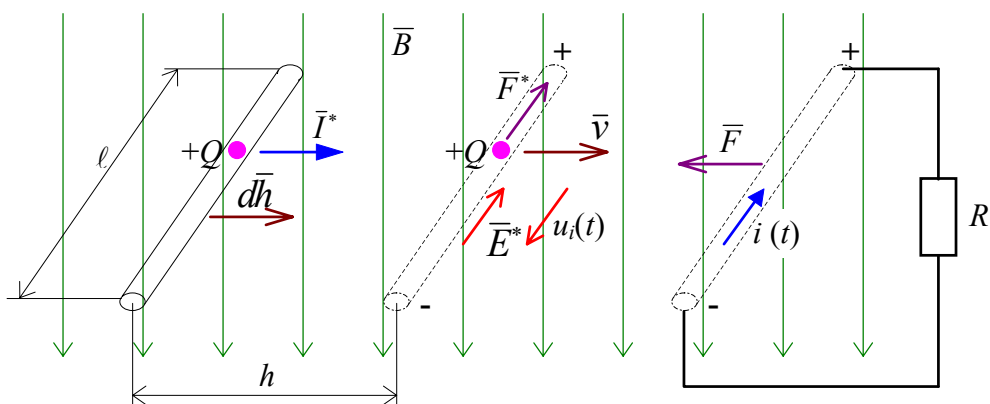
$$\vec{I}^* = \frac{Q}{t} d\vec{h}.$$

Behelyettesítve az erő képletébe:

$$\vec{F}^* = h \vec{I}^* \times \vec{B} = \frac{h}{t} Q d\vec{h} \times \vec{B} = Q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Ez az \vec{F}^* erő a vezető töltéseire hat, töltésszétválasztó erőként, tehát F^* -al azonos irányú E erősségű villamos tér keletkezik. Az \vec{E} villamos térerősség a pozitív töltésekre ható erő irányába mutat, nagysága az egységnyi töltésre ható erővel egyezik.

Homogén mágneses térben a B indukcióvonalakra és saját magára merőleges irányban v sebességgel mozgatott vezető töltéseire a vezető vonalában \vec{F}^* töltésszétválasztó erő lép fel, tehát F^* -al azonos irányú \vec{E}^* erősségű villamos tér keletkezik. Az \vec{E}^* villamos térerősség a pozitív töltésekre ható erő irányába mutat: $\vec{E}^* = \frac{\vec{F}^*}{Q} = \vec{v} \times \vec{B}$.



A mozgási indukció lehetséges illusztrációja

Ennek a térerőnek a hatására a vezető két végén különmemű töltések halmozódnak fel, ami indukált feszültség létrejöttét jelenti (töltésszétválasztás). Egy ℓ hosszúságú vezető két vége között mérhető feszültség (homogén tér és állandó sebesség feltételezésével) $U_i = -\overline{E}\ell = -\overline{v} \times \overline{B}\ell = \ell\overline{B} \times \overline{v}$, ha a feszültség pozitív iránya a (+) töltések felől a (-) töltések felé mutat. Ez az U_i indukált feszültség belső, forrásfeszültség jellegű, a töltés-szétválasztó \overline{E}^* térerő (elektromotoros erő) hatására jön létre

$$\int \overline{E}^* d\overline{\ell} = -\frac{d\phi}{dt}.$$

Az indukált feszültség zárt áramkörben egy „valódi” áramot indít, amelynek nagysága az indukált feszültségtől és az áramkörtől függ. Ezen áram és az indukció kölcsönhatásaként olyan irányú erő lép fel a vezetőn, amelyik – Lenz törvénye értelmében – annak mozgása ellen hat, az erővonalak a mozgás irányában „sűrűsödnek”. Ez azt jelenti, hogy ha zárt az áramkör, a vezető mozgásához folyamatosan erőre, energiára van szükség.

Két erőhatást látunk:

- a vezetővel együtt mozgó töltésekre ható F^* erő, aminek következménye az E^* villamos térerősség töltés-szétválasztó hatása és az U_i indukált feszültség megjelenése,
 - ennek az U_i feszültségnek a hatására folyó áram következtében a vezetőre (a vezetőn belül mozgó töltésekre) ható F erő a vezető mozgásával ellentétes irányú.
- E két erő iránya nem azonos.

Véges keresztmetszetű vezető mágneses tere

Vonalszerű vezetőben folyó áram csak a vezetőn kívül hoz létre mágneses teret, de véges keresztmetszet (pl. véges átmérő) esetén a vezetőn belül is. Ebben az esetben a „belső” fluxus az áramnak csak egy részével kapcsolódik, ezért külön kell vizsgálni a „külső” fluxustól.

Mágneses tér a vezetőn kívül

Egy levegőben álló hosszú, kör keresztmetszetű, áramjárta egyenes vezetőn kívül a „külső” mágneses tér közelítően ugyanúgy számítható, mint a végtelenül kis keresztmetszetű (egydimenziós) vezető tere.

Egyenáram és egyenletes árameloszlás feltételezésével a J áramsűrűség vagy az I áram

$$J = \frac{I}{r_v^2 \pi}, \text{ illetve } I = \int J dA_v = Jr_v^2 \pi,$$

itt r_v – a vezető sugara, A_v – a vezető keresztmetszete.

A vezető tengelyétől tetszőleges a távolságra a H_k „külső” térerősség:

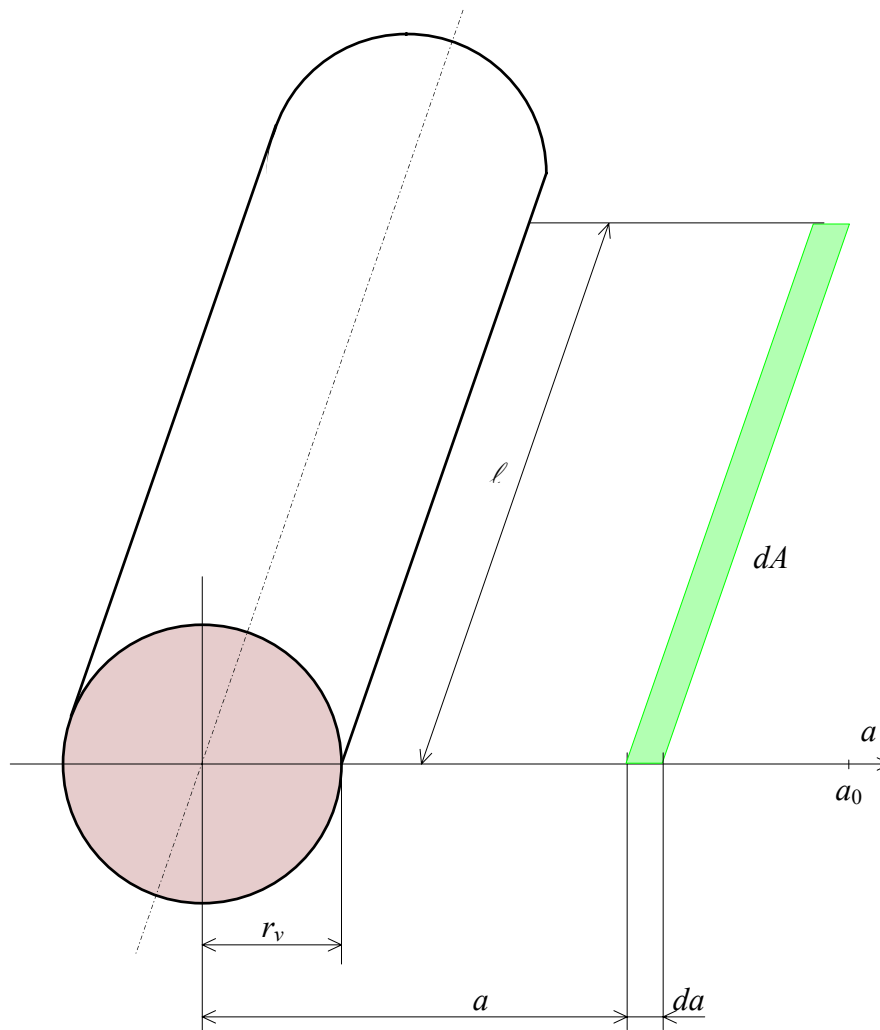
$$H_k(a) = \frac{I}{2\pi a}, \text{ amennyiben } a \geq r_v.$$

A „külső” indukció $B_k(a) = \mu_0 H_k(a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$, mivel levegőben elhelyezkedő vezetőnél $\mu_r = 0$,

így $\mu = \mu_0$.

A vezető ℓ hosszúsága mentén a tér egy da elemi szélessége által meghatározott $dA = \ell da$ elemi felületén a $d\phi_k$ elemi „külső” fluxus a vezető tengelyétől tetszőleges a távolságon:

$$d\phi_k(a) = B_k(a) dA = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ell da, \quad a \geq r_v.$$



A fluxus számítás illusztrációja

Mivel a tekercsfluxus, a vezetőt egyetlen menetnek tekintve, megegyezik a fluxussal $d\psi_k = d\phi_k$, a teljes „külső” tekercsfluxus:

$$\Psi_k = \int_{r_v}^{a_0} d\phi = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_{r_v}^{a_0} \frac{da}{a} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \frac{a_0}{r_v}, \quad a \geq r_v,$$

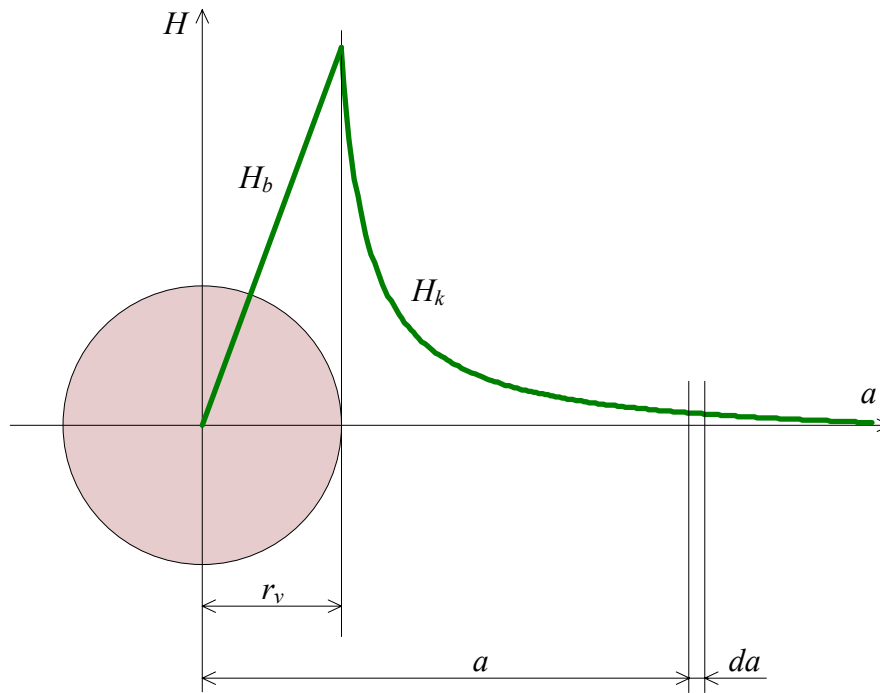
itt a_0 – az a véges távolság, amelynél a mágneses tér már elhanyagolhatóan kicsi.

A „külső” térből számítható induktivitás értéke:

$$L_k = \frac{\Psi_k}{I} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln \frac{a_0}{r_v}.$$

Például $a_0 = 5r_v$ esetén $L_k \cong 1,6 \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} = 3,2 \cdot 10^{-7} \ell$ (H).

(Elméletileg $a_0 \rightarrow \infty$, de ebben az esetben a képlet nem ad véges eredményt. Két párhuzamos vezetőből álló huroknál a vezetőket összekötő képzeletbeli vonal mentén kell integrálni.)



A mágneses térerősség változása

Mágneses tér a vezetõn belül

Tételezzük fel, hogy a vezetõ végtelen számú, egyenletesen elosztott párhuzamos elemi szálból áll és az árameloszlás homogén (az áramsűrűség a keresztmetszet mentén állandó:

$$J = \frac{I}{r_v^2 \pi}).$$

Egy tetszőleges $a \leq r_v$ sugáron belül folyó I_a áramrész a keresztmetszet részarányának

megfelelően $I_a = J a^2 \pi = I \frac{a^2}{r_v^2}$, $a \leq r_v$.

Ennek az áramrésznek a H_b „belső” mágneses térerőssége a sugáron:

$$H_b(a) = \frac{I_a}{2\pi a} = I \frac{a^2}{2\pi a r_v^2} = I \frac{a}{2\pi r_v^2}, \quad a \leq r_v.$$

(A vezetõ kerülete mentén ($a=r_v$) a „külsõ” és „belső” tér számítása azonos eredményt ad,

$$H_b = H_k = \frac{I}{2\pi r_v}.)$$

A „belső” indukció $B_b(a) = \mu H_b(a) = \mu I \frac{a}{2\pi r_v^2}$, $a \leq r_v$,

itt μ – a vezetõ anyagának teljes permeabilitása, nem ferromágneses anyagoknál rendszerint $\mu = \mu_0$.

Az elemi „belső” fluxus a vezetõ ℓ hosszúsága mentén, $dA = \ell dA$ felületen:

$$d\phi_b(a) = B_b dA = \frac{\mu I a}{2\pi r_v^2} \ell da, \quad a \leq r_v.$$

Ha a teljes vezető keresztmetszetet tekintjük egy menetnek, akkor az r_v sugár által meghatározott körön belül egy keresztmetszet-arányosan kisebb $N_a < 1$ „menetszámmal” kell számolni:

$$N_a = 1 \cdot \frac{a^2}{r_v^2}, \quad a \leq r_v.$$

Így az elemi „belső” fluxuskapcsolódás $a \leq r_v$ esetére

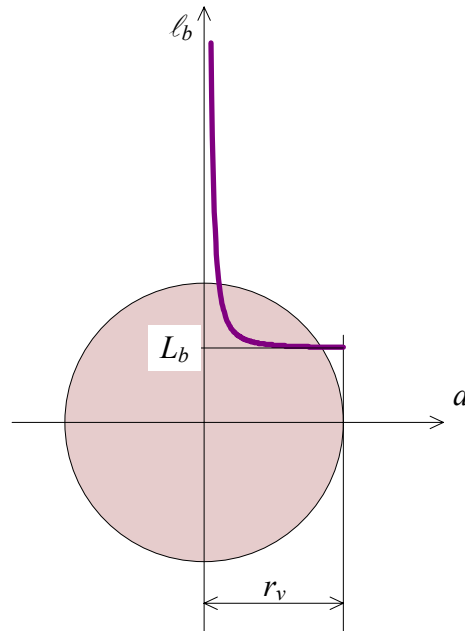
$$d\psi_b(a) = N_a d\phi_b(a) = \frac{\mu I a}{2\pi r_v^2} \frac{a^2}{r_v^2} \ell da = \frac{\mu I a^3}{2\pi r_v^4} \ell da.$$

A teljes „belső” fluxuskapcsolódás a vezető teljes keresztmetszetén:

$$\Psi_b = \frac{\mu I \ell}{2\pi r_v^4} \int_0^{r_v} a^3 da = \frac{\mu I \ell}{8\pi}.$$

A „belső” térből számított induktivitás értéke: $L_b = \frac{\Psi_b}{I} = \frac{\mu \ell}{8\pi}$.

Ha $\mu = \mu_0$, akkor $L_b = \frac{\mu_0 \ell}{8\pi} = 0,5 \ell \cdot 10^{-7}$ (H), vagy $L_b = 0,05$ ($\mu\text{H/m}$).



Az önindukciós tényező változása

Az előzőek szerint egy tetszőleges $a \leq r_v$ sugáron belül lévő vezetőrészben a teljes áramnak csak $I_a = I \frac{a^2}{r_v^2}$ része folyik, de ezzel a vezetőrészrel a teljes Ψ_b „belső” fluxus kapcsolódik

(körülfogja), ezért az $a \leq r_v$ sugáron az $\ell_b(a)$ „belső” induktivitás:

$$\ell_b(a) = \frac{\Psi_b}{I \frac{a^2}{r_v^2}} = L_b \frac{r_v^2}{a^2}.$$

A középpont körüli áramszálak belső induktivitása lényegesen nagyobb lehet a felület menti áramszálak induktivitásánál, mivel utóbbiakat nem veszik körül a vezetőn belül záródó erővonalak. Váltakozó áramnál az elemi szálak induktív reaktanciája ezért a középvonal közelében nagyobb, mint a külső felszín közelében. Ebből következően az áram nagyobbik része a

vezető felülethez közeli tartományban folyik. Az eredményből az is következik, hogy a kiindulásként elképzelt homogén árameloszlás feltételei váltakozó áram esetén nem állnak fenn.

Az áramkiszorítás jelensége

Részletes, összetett számítások szerint az áramsűrűség a kör keresztmetszetű vezető kerületétől a középpontja felé exponenciálisan csökken. Azt a vezető felszínétől mért távolságot, amely mentén az áraműrűség a felületihez képest az e -ad részére csökken, behatolási mélységnek nevezik és δ -val jelölik. A vezetőben keletkező ohmos (Joule) veszteség szempontjából az exponenciális áramsűrűség-eloszlással egyenértékű közelítés, ha a δ behatolási mélységig az áramvezetést homogénnek, az $a < (r_v - \delta)$ sugáron belüli tartományon pedig nullának tekintik, amennyiben a vezető sugara $r_v > (3-5)\delta$.

Ez az áramkiszorítás vagy szkin hatás annál hangsúlyozottabb, minél nagyobb az induktív reaktancia, ami változik az áram ω körfrekvenciájával (frekvenciájával) és az induktivitással. Az induktivitás az előzőek szerint függ a vezető anyagának μ permeabilitásától, vagyis minél nagyobb a permeabilitás, annál kisebb a behatolási mélység.

Másrésztől viszont, minél nagyobb a vezető ρ fajlagos ellenállása, annál kisebb az induktív reaktancia súlya az impedancián belül, tehát annál kisebb a változásának hatása az árameloszlásra. A behatolási mélység az alábbiak szerint függ az említett jellemzőktől:

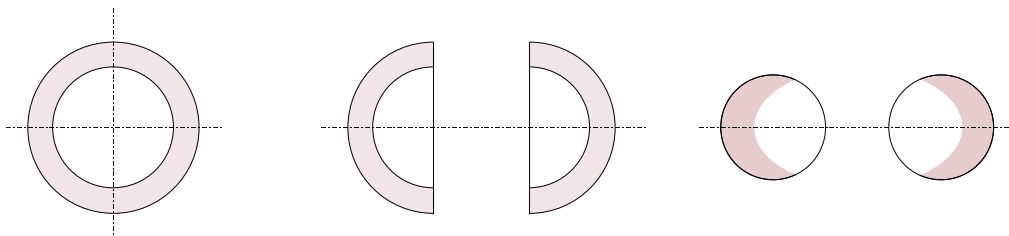
$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi\mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}} = 503,3 \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}}.$$

A δ egyúttal a váltakozó mágneses tér behatolási mélysége is, ugyanis ahol áram nem folyik, ott nem lehet mágneses tér sem, a gerjesztési törvény szerint.

A vezetőn belüli árameloszlás megváltozása módosítja a homogén eloszláshoz képesti ohmos ellenállást (így a veszteségi teljesítményt) és az induktivitást. A δ behatolási mélység előző összefüggése lapos vezetőre is alkalmazható $r_v \rightarrow \infty$ közelítéssel, ha a vezető vastagsági mérete kisebb a behatolási mélységnél.

Közelségi hatás

Az áramkiszorításhoz hasonló jelenség alakul ki akkor is, ha két vagy több váltakozó áramot vivő vezető egymás mágneses terében helyezkedik el. Ilyen esetben a vezető saját áramának mágneses terén kívül a többi vezetőben folyó áram mágneses tere is befolyásolja az áramsűrűség eloszlását. Az áram a vezetők azon részében sűrűsödik, amelyekben kisebb az induktivitás és így a reaktancia. A közelségi hatás mértéke függ a geometriától, a frekvenciától és a vezetők anyagától.



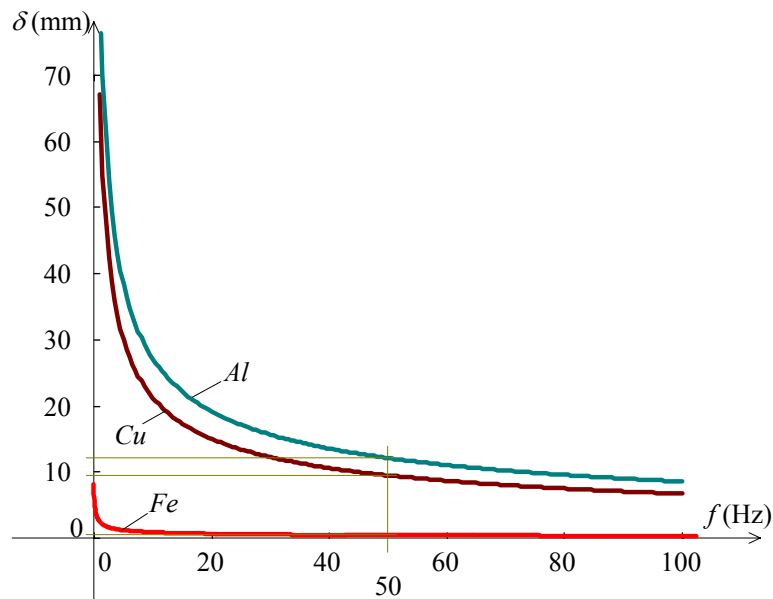
A közelségi hatás illusztrálása a szkinhatásból kiindulva azonos irányú áramoknál

Példa

A réz anyagjellemzői: $\rho_{Cu} = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rCu} = 1$, $f = 50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Cu} = 9,49$ mm ($f = 5$ kHz frekvencián $\delta_{Cu} = 0,949$ mm).

Az alumínium anyagjellemzői: $\rho_{Al} = 2,9 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rAl} = 1$, $f = 50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Al} = 12$ mm.

A vas anyagjellemzői: $\rho_{Fe}=13 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rFe}=5000$, $f=50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Fe}=0,35$ mm.

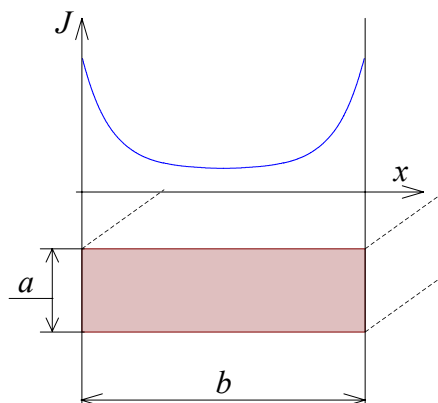


A behatolási mélység változása a frekvencia függvényében

A behatolási mélységre kapott eredmények alapján $f=50$ Hz frekvencián nem gazdaságos kb. 20 mm-nél nagyobb átmérőjű réz, vagy kb. 25 mm-nél nagyobb átmérőjű alumínium vezetőt használni. Vas esetén a behatolási mélység erősen függ a permeabilitásától, tehát a telítéstől is, telített állapotban a behatolási mélység nagyobb.

Téglalap keresztmetszetű vezetőknél a behatolási mélység függ az oldalak arányától is de ez nem jelent lényeges különbséget.

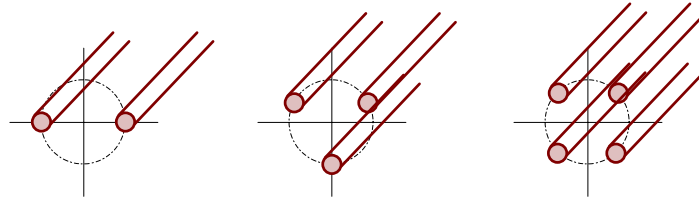
Téglalap keresztmetszetű vezetőben (gyűjtősínben) az áramsűrűség eloszlása a hosszabb oldal mentén az ábra szerint alakul, ha $a \approx \delta$ és $b \gg \delta$ geometriai viszonyok mellett.



Áramsűrűség eloszlás téglalap keresztmetszetű vezetőben

A vezetékeken átáramló teljesítmény növelésére - azonos feszültség és áramsűrűség mellett - párhuzamos vezetőket, ún. köteges vezetőket alkalmaznak.

A köteges vezető leggyakrabban egy olyan vezetőcsoport, ami fázisonként 2-4 sodronyból áll, egy 40-80 cm átmérőjű kör kerülete mentén helyezkedik el.



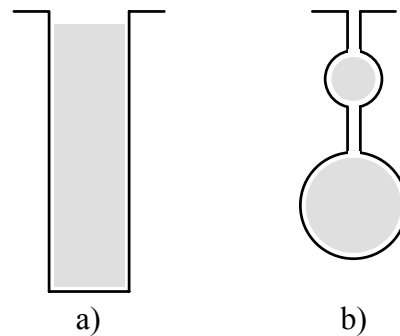
Köteges vezeték-elrendezések

A köteges vezeték eredő mágneses tere a köteget jellemző kör átmérőjével megegyező átmérőjű henger teréhez hasonlít. A vezetők kötegelésével az eredő induktivitás jelentősen csökken.

Áramkiszorítás ferromágneses környezetben

Az áramkiszorítás ferromágneses környezetben, például az aszinkron gép forgórészének hornyaiban lévő vezetőknél is jelentkezik, különösen akkor, ha a horony mélysége nagyobb a szélességénél, vagy ha a vezetők elrendezése kétkalickás. Ezt felhasználják az aszinkron gépek mechanikai jelleggörbéjének javítására.

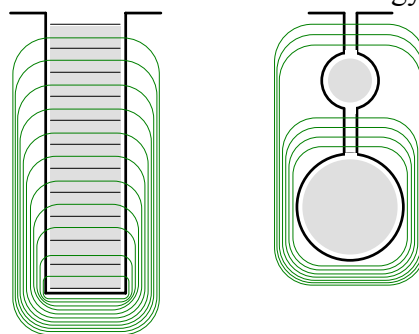
Az f_r forgórész frekvencia S szliptól (vagy fordulatszámától, szögsebességtől) való függését figyelembe véve a kalickás forgórészek geometriai kialakításával megvalósítható, megtervezhető a forgórész körüli ellenállás automatikus szlipfüggése.



*Kalickás forgórész tipikus horonyalakja
a) mélyhornyú b) kétkalickás*

Mivel a forgórész vastest permeabilitása nagy, a szórt fluxus (a forgórész mágneses terének az a része, amelyik nem kapcsolódik az állórész vezetőivel) a horony alatt záródik. Az alsó rétegek $\ell_s = \frac{\psi_s}{i}$ szórási induktivitása nagyobb, mint a horonyszáj felőlieké, mert nagyobb fluxussal kapcsolódik (több fluxusvonal veszi körül).

Kétkalickás forgórésznel az alsó rúd szórási induktivitása nagyobb mint a felső rúdé.

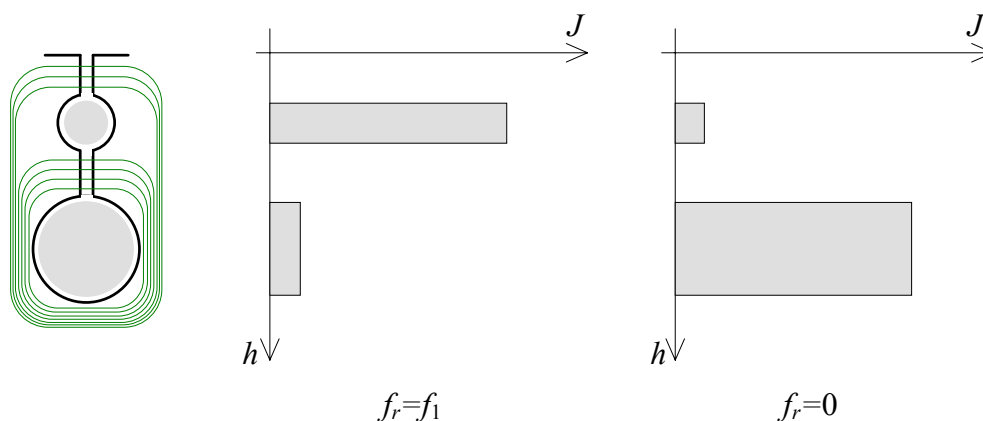


Mély horonyba helyezett, áramot vivő vezető és kétkalickás forgórész szórt mágneses tere

Az impedancia a horonyszájtól mért távolság mellett a forgórész áram frekvenciájától is függ

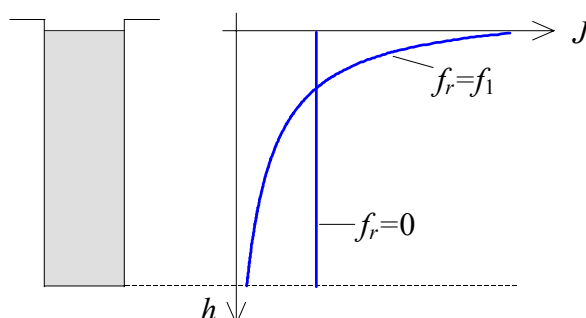
$$z = \sqrt{r^2 + (2\pi f_r \ell_s)^2}, \text{ itt } r - \text{egy réteg ellenállása.}$$

Végeredményben a horonyban lévő vezetõn belüli árameloszlás függ a forgórész áram frekvenciájától.



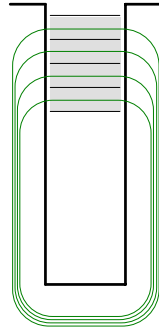
Áramsűrűség eloszlás vázlata egy kétkalickás forgórész vezetõiben

Az áramkiszorítás hatása legegyszerűbben a kétkalickás forgórésznel szemléltethető. A horonyszáj közelében lévő (felső) kalicka rendszerint kisebb keresztmetszetű, nagyobb fajlagos ellenállású anyagból (pl. sárgaréz) készül, míg az alsó kalicka nagyobb keresztmetszetű, kisebb ellenállású (pl. vörösréz) készül. Indításkor ($S=1$) a forgórész áram frekvenciája megegyezik a tápfrekvenciával ($f_r=50$ Hz), ilyenkor az áram főleg a nagyobb ohmos ellenállású (kisebb reaktanciájú) kalickában folyik, míg a névleges üzemi munkapont környezetében ($S \approx 0,03-0,05$, $f_r=1,5-2,5$ Hz) döntően a két kalicka ohmos ellenállása közötti arány határozza meg az árameloszlást. Ilyen módon konstrukciós eszközökkel megvalósítható, hogy indításkor nagyobb, névleges fordulatszámon pedig kisebb legyen a hatásos forgórész körüli ellenállás. Mélyhornyú forgórésznel a jelenség és hatása hasonló, de a J áramsűrűség változása folyamatos a horonyszájtól való h távolság függvényében.



Áramsűrűség eloszlás vázlata egy mélyhornyú forgórész vezetõjében

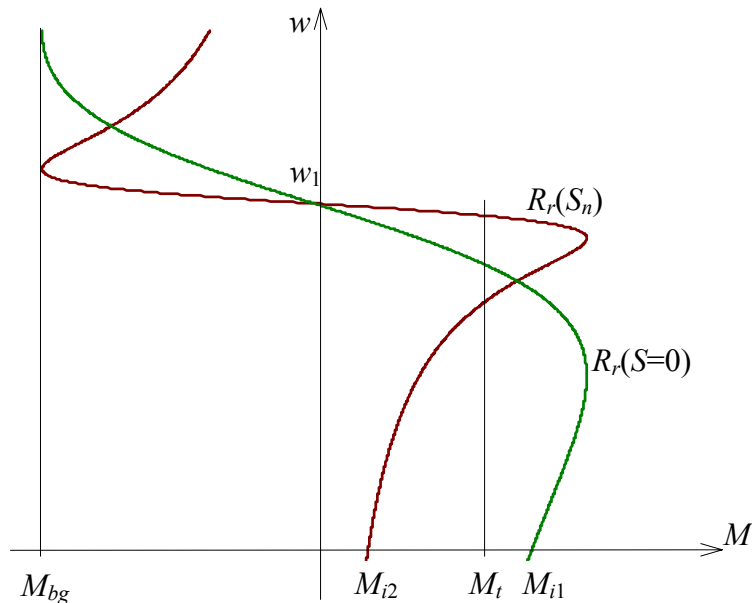
A horonyban lévő vezetõ egymással párhuzamosan kapcsolt rétegeiben tehát eltérő nagyságú és fázishelyzetű áramok folynak. Az eredő hatásos ellenállás nő, a szórási induktivitás kis mértékben csökken. A szórási induktivitás csökkenésének oka az, hogy az alsóbb rétegeknél lévő kisebb áram miatt a mágneses tér is kisebb (a gerjesztési törvény szerint), de úgy is értelmezhető, hogy a forgórész tekercs geometriailag közelebb kerül az állórészhez, ezért a csatlakozás szorosabbá válik.



Az áramkiszorítás hatása a szórási fluxusra a (közelítés)

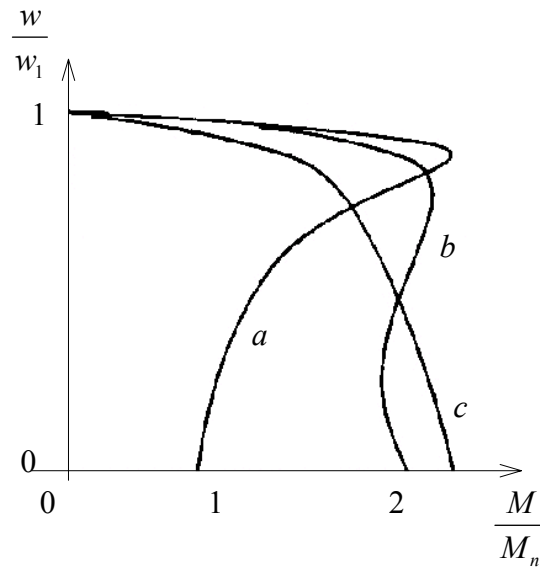
Az aszinkron gép hatásos forgórészkeri ellenállásának frekvenciafüggésével elérhető, hogy indításkor nagyobb legyen a nyomaték, névleges üzemben pedig kisebb legyen a fordulatszám csökkenés.

A hatásos ellenállás 50 Hz forgórészkeri frekvencián 2,5-3-szorosa az egyenárammal mérhető értéknel. Az áramkiszorítás hatása a szórási induktivitásra (és reaktanciára) kisebb mértékű, csak 10-20%.



Az aszinkron motor tipikus statikus w - M jelleggörbéje

Az ábrán feltüntetett, a kisebb ellenálláshoz tartozó M_{i2} indítónyomaték nem lenne elegendő az M_t terhelőnyomaték melletti indításhoz. A nagyobb ellenállásnál pedig állandósult üzemben M_t terhelőnyomaték mellett nagyobb lenne a fordulatszámcsökkenés. A két jelleggörbe elvonatkoztatott illusztráció, a motor felfutása során a görbék között folyamatos az átmenet, a szórási reaktancia változásának elhanyagolásával.

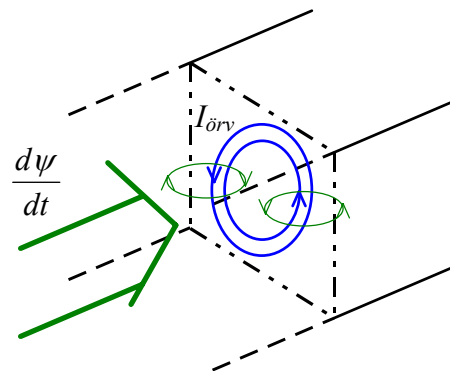


Áramkiszorításos motorok tipikus nyomaték jelleggörbéi

a) terhelés nélkül induló motorok legmegfelelőbb nyomatékgörbéje, b) névleges nyomatékkal induló motor, a felfutás alatt közel 2-szeres nyomatékú görbéje, c) a névlegesnél nagyobb kezdeti indító nyomatékot adó görbe.

Az örvényáram hatása a mágneses tér eloszlására

A mágneses tér változásának következtében indukált feszültség jön létre és örvényáram folyik a villamos vezetőben. Az örvényáram Lenz törvénye értelmében gátolja az indukáló hatást, olyan teret létesít, ami a mágneses fluxust a vezető felülete irányába szorítja. A mágneses tér behatolási mélysége ugyanúgy számítható, mint a villamos áramsűrűség behatolási mélysége.



Az örvényáram hatása a mágneses tér eloszlására

A mágneses tér vezetését, terelését szolgáló ferromágneses anyagokban az örvényáram nem kívánatos a fluxus kiszorulása és a keletkező veszteségek miatt. Az örvényáram lemezeléssel csökkenthető, porvasmag (pl. ferrit) alkalmazásával ki is küszöbölhető.

Összeállította: Kádár István
2016. március

Ellenőrző kérdések

1. Értelmezze az áramokkal kifejezett erőtörvényt.
2. Melyek a mágneses tér jellemzői?
3. Mi a mágneses térerősség, indukció fluxus?
4. Mi a mágneses permeabilitás?
5. Értelmezze a gerjesztési törvényt.
6. Értelmezze az indukció törvényt.
7. Illusztrálja a szórt fluxust.
8. Közelítően illusztrálja áramjárta vezető és vezető gyűrű mágneses terét.
9. Közelítően illusztrálja a szolenoid és a toroid mágneses terét.
10. Milyen elhanyagolással élnek a szolenoid és a toroid mágneses körének számításánál?
11. Mi a tekercsfluxus (fluxuskapcsolódás)?
12. Mi a mozgási indukció jelensége?
13. Mi a nyugalmi indukció jelensége?
14. Értelmezze Lenz törvényét nyugalmi és mozgási indukciónál.
15. Illusztrálja a véges keresztmetszetű, áramot vivő vezető mágneses terét.
16. Hogyan alakul az árameloszlás véges keresztmetszetű vezetőben?
17. Hogyan alakul az induktivitás véges keresztmetszetű vezetőben?
18. Hogyan magyarázható az áramkiszorítás jelensége?
19. Mi a behatolási mélység, milyen paraméterektől függ?
20. Hogyan közelíthető az árameloszlás az áramkiszorítás figyelembevételével?
21. Mi a közelségi hatás?
22. Illusztrálja az áramkiszorítást ferromágneses környezetben.
23. Mi az örvényáram és milyen hatással van a mágneses tér eloszlására?
24. Milyen megoldással csökkenthető az örvényáram?