

1. feladat (4+8 pont)

a) Mondja ki az algebra alaptételét!

b) Adja meg algebrai alakban a $z^3 - (3+2i)z^2 + (1+3i)z = 0$ egyenlet összes megoldását!**2. feladat (8+11 pont)**

a) Mondja ki és igazolja a rendőrelvet!

b) Határozza meg az $a_n = \sqrt[n]{\frac{2^{2n+3} + 8 \cdot (-4)^n}{n^2 + 3n + 2}}$ sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját és limesz inferiorját! Konvergencia a sorozat?**3. feladat (6+4+3 pont)**

Számolja ki az alábbi határértékeket:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{3x^2},$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(2x)}{3x^2},$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2(2x)}{3x^2} !$

4. feladat (4+12 pont)

a) Mondja ki Weierstrass második tételét!

b) Számolja ki az $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 5) - \ln(x^2 + 6x + 10)$ függvény minimumát, illetve maximumát a $[-3, 2]$ intervallumon!**5. feladat* (5+12 pont)**Számolja ki az alábbi integrálokat! Ahol szükséges, használja az $y = e^x$ helyettesítést!

a) $\int \frac{7e^{2x}}{e^{2x} + 4} dx,$

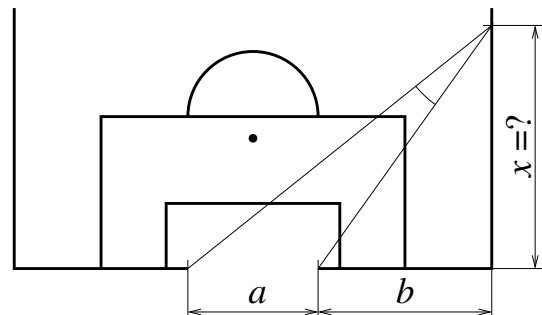
b) $\int \frac{7e^{3x}}{e^{2x} + 4} dx.$

6. feladat* (4+8 pont)

a) Mondja ki az integrálszámítás második alaptételét!

b) Legyen $H(x) = \int_{2x}^{4x^2} \operatorname{arsh}(t^3 - 1) dt$! Mi H deriváltfüggvénye?**7. feladat* (5+6 pont)**a) Milyen $\alpha > 0$ esetén konvergencia az $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ integrál? Válaszát indokolja!b) Számolja ki az $\int_{-\frac{4}{5}}^1 \frac{1}{\sqrt{5x+4}} dx$ integrált! _____**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Honnan (az alapvonalától mekkora x távolságról) kell kapura lőnie a labdarúgópálya szélén lévő játékosnak, hogy a kapu eltalálása a legkönnyebb legyen, vagyis ahonnan legnagyobb szögben látja a gólvonalat? A gólvonal szélessége a , távolsága az oldalvonalától b .



A *-gal jelölt feladatokból legalább 12 pontot el kell érni!