

A FARADAY TÖRVÉNY ÉS AZ INDUKTIVITÁS

Sir Robert Peel brit miniszterelnök nem sokkal azután, hogy Faraday feltalálta a dinamót, meglátogatta a tudós laboratóriumát. Rámutatott a különös készülékre, s megkérdezte, hogy mire használható, Faraday azonnal válaszolt: „Azt még nem tudom, de lefogadom, hogy a kormány egyszer majd adót vet ki rá”
Hát végeredményben ez bekövetkezett.

32.1 Bevezetés

Oersted 1820-ban fedezte fel, hogy áram hatására mágneses tér jön létre. Ezt követően számos kutató érezte úgy, hogy az elektromosság és mágnesség közötti kapcsolat nem lehet csak egyirányú, és keresték a fordított effektust: Vajon a mágneses erőter létrehozhat-e elektromos áramot? Erre a kérdésre igen a válasz; bár ez csak annak felfedezése után vált nyilvánvalóvá, hogy a mágneses erőteret a mozgó töltések hozzák létre. Így az áramot talán a *változó* mágneses erőterek indukálják. Ennek felfedezése két kutató nevéhez fűződik: 1831-ben Michael Faraday, a kitűnő angol kísérletező és vele egyidőben az Egyesült Államokban dolgozó Joseph Henry egymástól függetlenül fedezte fel az elektromágneses indukciónak nevezett effektust. Az effektus gyakorlati szempontból is nagyon fontos, ugyanis ennek alapján működnek a modern társadalmakat elektromos árammal ellátó generátorok. Azelőtt az elektromos áram termelésének egyedüli módja a telepek alkalmazása volt. Az *indukció* felfedezése tette lehetővé a villamosmérnöki tudomány kibontakoztatását és vele együtt a villamos eszközök elterjedését.

Az elektromágneses indukció jelensége egy fontos áramkörü elemmel, a *tekerccsel* áll szoros kapcsolatban. A tekercs a mágneses erőterében – éppúgy mint a kondenzátor az elektromos erőterében – energiát tárol. Olyan áramkörben, amely tekercset is, kondenzátort is tartalmaz, a kondenzátor elektromos terének energiája és a tekercs mágneses erőterének energiája oda-vissza egymásba alakítható. Ezt felhasználva olyan áramkörök készíthetők, melyekben az áramerősség és a feszültség periodikusan változik. Ez az alapja mindenféle rádióadásnak és a 34. fejezetben tárgyalt váltakozó áramú (elterjedt angol rövidítéssel AC) áramköröknek. Ebben a fejezetben mindvégig azt tételezzük fel, hogy mágnesezhető anyagok (mint például vas) nincsenek az áramkör közelében (ezek hatását a 33. fejezetben tárgyaljuk).

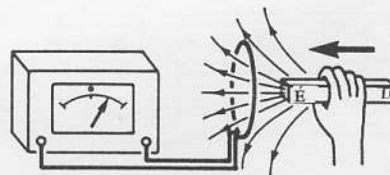
32.2 A Faraday törvény

Könnyen megmutathatjuk, hogy változó mágneses erőterrel áramot kelthetünk. A 32-1 ábrán galvanométerhez csatlakoztatott vezetőlurkot láthatunk.

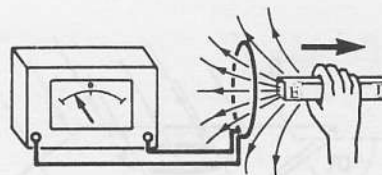


32-2 ábra

A két hurok egymás közelében helyezkedik el, közöttük elektromos kapcsolat nincs. Ha az áramotól választjuk majd elvesszük a galvanométer mutatóját rövid ideig az egyik, illetve a másik irányba tér ki, jelezve, hogy a baloldali hurokban a mágneses erőter változásakor feszültség indukálódik.



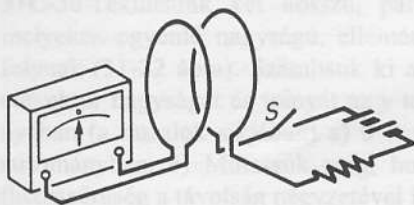
a) Ha a hurok felé mágnest mozgatunk, a galvanométer mutatója kitér.



b) Ha a mágnt a huroktól eltávolítjuk, a galvanométer mutatója az a) ábrán láthatóval ellentétes irányban tér ki.

32-1 ábra

Vezetőlurkot olyan galvanométerhez csatlakoztatunk, melynek zéruspontja a skála közepén van. A hurkot metsző erővonalak számának megváltoztatásával a hurok végpontjai között feszültséget indukálunk, amelyet a galvanométer mutatójának kitérésével észlelünk.



32-2 ábra

A két hurok egymás közelében helyezkedik el, közöttük elektromos kapcsolat nincs. Ha az S kapcsolót zárjuk, majd nyitjuk, a galvanométer mutatója rövid ideig az egyik, illetve a másik irányba tér ki, jelezvén, hogy a baloldali hurokban a mágneses erőter változásakor feszültség indukálódik.

Ha mágneset az a) ábrán látható módon a hurok felé mozgatunk, a galvanométer mutatója kitér, annak jeléül, hogy a mágnes mozgásának hatására a hurokban áram folyik. Miközben a mágneset a huroktól eltávolítjuk (b ábra), a mutató ellenkező irányban tér ki, ellenkező irányú áramot jelezve. Ha a mágnes egyhelyben van, a mutató nem tér ki. Hasonló eredményre vezet, ha a mágneset tartjuk egyhelyben és a hurkot a mágneshez közelítjük, illetve távolítjuk; mind a két esetben a mutató ellentétes irányban tér ki. Vagyis tulajdonképpen nincs különbség abban, hogy a mágneset mozgatjuk az álló hurok felé, vagy a hurkot mozgatjuk az álló mágnes felé. Csak a hurok és a mágnes *relatív* mozgása számít.

E kísérletek lényeges vonása az, hogy a *hurok környezetében változó mágneses tér a hurokban áramot kelt* (közkeletű, latin eredetű szóval: *indukált*). Ha a hurok környezetében a mágneses erőter nem változik, áram sem folyik a hurokban. Az ilyen módon keltett áramokat indukált áramoknak nevezzük, és úgy tekinthetjük, hogy az áramkörben levő *indukált elektromotoros erők* hozzák létre őket.

Indukált elektromotoros erőt nem mozgó áramkörökben is kelthetünk, például a 32-2 ábrán bemutatott módon: Két fix helyzetű, egymással elektromosan nem érintkező hurok helyezkedik el egymáshoz közel. Az S kapcsoló zárásakor a jobb oldali hurokban áram kezd el folyni, aminek hatására a másik körben a galvanométer mutatója azonnal kitér, majd visszatér a zérushelyzetbe, azaz a bal oldali áramkörben rövid ideig indukált áram folyik. Ha a kapcsolót ezután kinyitjuk, a galvanométer ellenkező irányú, rövid ideig tartó áramot jelez. A jobb oldali áramkörben folyó áram mágneses erőteret hoz létre a bal oldali hurok helyén. Indukált áram csak akkor keletkezik, ha a mágneses erőter változik; tehát ha a jobb oldali hurokban állandó nagyságú áram folyik, a másik hurokban nem indukálódik áram.

E kísérletek közös vonása az, hogy

Feszültség akkor indukálódik egy áramkörben, ha az áramhurok által közrefogott mágneses indukcióvonalak száma megváltozik.

Hangsúlyozzuk a *megváltozik* szót!: Az nem számít, hogy éppen hány erővonal halad át az áramkör által határolt felületen; az indukált feszültség nagyságát az indukcióvonalak számának *változási sebessége* határozza meg.

Zárt hurok által határolt felületen áthaladó mágneses erővonalak számát a Φ_B mágneses fluxussal adjuk meg (30-29 egyenlet):

$$\text{Mágneses fluxus} \quad \mathbf{F}_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{T}\cdot\text{m}^2 \text{ egységben}) \quad (32-1)$$

ahol \mathbf{B} a mágneses indukcióvektor és $d\mathbf{A}$ az elemi felület.

Az integrálást a hurok által határolt teljes A felületre kell elvégezni, ami lehet sík, vagy tetszőleges görbe felület. A $\mathbf{F}_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ integrált mágneses indukciófluxusnak nevezzük. Ha N menetű tekercs minden egyes menetének ugyanekkora a fluxusa, a tekercs indukciófluxusa N -szer nagyobb. Ezeket a kísérleti megfigyeléseket a **Faraday törvény** fogalmazza meg általános alakban. Szavakkal kifejezve:

Egy áramkörben indukált feszültség az áramhurok által határolt felületen átmenő mágneses fluxus egységnyi idő alatti megváltozásával egyenlő.

Képletben:

$$\text{A Faraday-féle indukció törvénye:} \quad \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{egyemenetű hurok esetében}) \quad (32-2)$$

A negatív előjel (későbbiekben erre még visszatérünk) az indukált feszültség polaritását jelöli ki. Ha a hurok N menetű (azaz tekercs), az összes feszültség-

forrás sorosan kapcsoltnak tekintendő, vagyis az indukált feszültség N -nel megszorozódik:

A Faraday-féle indukció törvénye: $\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$ (N menetétekercs esetében) (32-3)

Gyakran foglalkozunk olyan problémákkal, melyekben a mágneses erőter nagysága, noha időben változó lehet, egy A sík felületen homogén. Ilyenkor az A felületen a Φ_B mágneses fluxus nagyságát egyszerűen az alábbi skaláris szorzat adja:

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos \theta \quad (\text{homogén mágneses erőter esetén}) \quad (32-4)$$

ahol θ a \mathbf{B} vektor és a felületre merőleges \mathbf{A} vektor iránya közötti szöget jelenti.

A Faraday féle indukció törvénye: $\mathcal{E} = -N \frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$ (homogén mágneses erőter esetén) (32-5)

Így egy áramkörben többféle módon is indukálhatunk feszültséget. Változtathatjuk: 1.) a \mathbf{B} vektor nagyságát; 2.) a hurok vagy tekercs A felületét; 3.) a θ szöveget. Bármelyik módszert is alkalmazzuk azonban, mindenképpen az áramhurokkal határolt felületre vonatkozó $N\Phi_B$ indukciófluxust változtatjuk meg.

32-1 PÉLDA

A \mathbf{B} mágneses indukcióvektor *nagyságának változtatása*. Száz menetéű, 40 cm^2 felületű lapos tekercset $B = 0,45 \text{ T}$ indukciójú, a tekercs síkjára merőleges mágneses térbe helyezünk. Számítsuk ki a tekercs végpontjai között megjelenő indukált feszültséget, ha a mágneses indukcióvektor $0,05 \text{ T/s}$ sebességgel változik.

MEGOLDÁS

A \mathbf{B} mágneses indukcióvektor nagysága nem lényeges. Az indukált feszültséget B időbeli változása szabja meg. Ha csak az \mathcal{E} indukált feszültséget nagyságát kívánjuk meghatározni, akkor a (32-3) képletben lévő negatív előjelet figyelmen kívül is hagyhatjuk:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = NA \frac{dB}{dt} = (100)(40 \text{ cm}^2) \left[\frac{1 \text{ m}^2}{10^4 \text{ cm}^2} \right] \left(0,05 \frac{\text{T}}{\text{s}} \right) = 0,020 \text{ V}$$

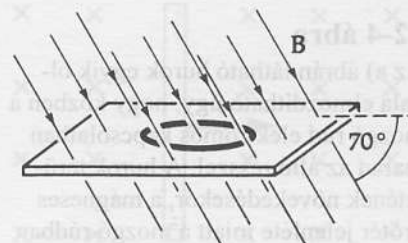
átszámítási arány

32-2 PÉLDA

A hurok síkjának *megváltoztatása*: Egy 20 cm^2 felületű kör alakú hurok vízszintes asztallapon fekszik. Az adott földrajzi helyen a Föld mágneses erőterének mágneses indukcióvektora $B = 50 \mu\text{T}$ nagyságú és, északi irányban, a vízszintessel 70 fokos szöveget bezárva lefelé mutat (32-3 ábra). A hurkot $0,6 \text{ s}$ alatt másik oldalára fordítjuk át. Számítsuk ki, hogy az átfordítás alatt átlagosan mekkora feszültség indukálódott a hurokban.



(a)



(a)



(b)

32-3 ábra

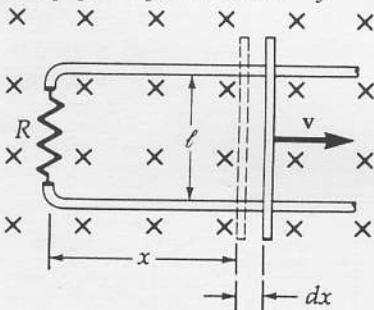
A 32-2 példához



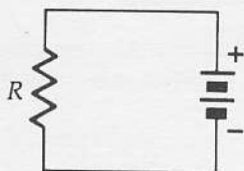
32-2 ábra

A két hurok egymás közelében helyezkedik el, köztük elektromos kapcsolat nincs. Ha az 1. kapcsolót zárjuk, majd nyitjuk, a galvanométer mutatója rövid ideig az egyik, illetve a másik irányba tér ki, jelezve, hogy a hurokban hirtelen a mágneses erővonalak feszültség indukálódik.

\mathbf{B} a papír síkjába befelé irányul



(a)



(b)

32-4 ábra

Az a) ábrán látható hurok egyik oldala elmozdítható úgy, hogy közben a mozgó rúd elektromos kapcsolatban marad az álló résszel. A hurok területének növekedésekor, a mágneses erőter jelenléte miatt a mozgó rúdban feszültség indukálódik; a rúd felső vége pozitív töltésűvé, az alsó vége pedig negatív töltésűvé válik. (Ha a rúd ellenkező irányban mozog, az előjelek megcserélődnek.) A mozgó rúd a mozgási indukció miatt \mathcal{E} elektromotoros erejű feszültségforrásnak tekinthető, amelynek hatására a hurokban az óramutató járásával ellentétes irányú áram folyik. A b) ábrán egy, a hurokkal analóg, telepet tartalmazó áramkör látható.

MEGOLDÁS

A hurok síkja a mágneses erővonalakra nem merőleges, így a (32-4). képlet alapján a hurok által határolt felületen átmenő mágneses fluxus nagysága:

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos \theta = (5 \times 10^{-5} \text{ T})(20 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(\cos 20^\circ)$$

$$\Phi_B = 9,397 \times 10^{-8} \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

A hurok átfordítása során a fluxus zérusra csökken, majd tovább változik, amíg eléri az eredeti értékét ellenkező előjellel. Így a $\Delta t = 0,60 \text{ s}$ idő alatt a mágneses fluxus változása az eredeti érték kétszerese:

$$2(9,397 \times 10^{-8} \text{ T} \cdot \text{m}^2) = 1,879 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

A (32-2) képlet alkalmazásával, (ismét figyelmen kívül hagyva a negatív előjelet) azt kapjuk, hogy:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{(1,879 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^2)}{(0,60 \text{ s})} = 0,313 \mu\text{V}$$

32.3 A mozgási indukció

Miként azt az előző pont kísérleteivel kapcsolatban láttuk, ha egy vezető a mágneses erőterhez képest mozog, feszültség indukálódik benne. Ebben a pontban azzal foglalkozunk, hogy mekkora feszültség indukálódik akkor, ha a vezető állandó mágneses térben mozog. Ezt a feszültséget a **mozgási indukció** hozza létre. Képzeljünk el egy négyszögletes hurkot, amelynek három oldala rögzített, a negyedik pedig az eredeti helyzetéhez képest párhuzamosan elmozdítható rúd (32-4 ábra). A hurok elektromos ellenállása elhanyagolható a hurokba kapcsolt R ellenálláshoz képest. A \mathbf{B} mágneses indukcióvektor az ábra síkjára merőleges, iránya az ábra síkjára merőlegesen befelé mutat. Tetszőleges időpontban a hurok felületére számított mágneses fluxus nagysága $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = B\ell x$. A rúd mozgásakor, a hurok A felülete növekszik: $dA/dt = \ell dx/dt = \ell v$. Így a hurok felületén a mágneses fluxus is időben változik és a Faraday törvény szerint a rúd mozgásakor indukált feszültség:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) = -B\frac{dA}{dt} = -B\ell v$$

$$\text{Mozgással indukált feszültség} \quad \mathcal{E} = -B\ell v \quad (32-6)$$

A polaritást megszabó negatív előjel a következő fejezetben részletezett speciális jelentéssel bír.

Érdekes e példa energiaviszonyait elemezni. A mozgó rúdban indukált feszültség hatására a 32-4 ábrán látható zárt hurokban áram folyik. Állandó v sebesség esetén az I áram is időben állandó:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\ell v}{R} \quad (32-7)$$

Az R ellenálláson az egységnyi idő alatt fejlődő hőmennyiség:

$$P_{\text{hő}} = I^2 R = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)^2 R = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} \quad (32-8)$$

Honnan származik ez a (hő)teljesítmény? Emlékezzünk a 30-5. fejezetben tárgyaltakra: ha egy vezetőben mágneses erőter jelenlétében I erősségű áram halad, akkor arra $\mathbf{F}_{\text{mágnes}} = I\ell \times \mathbf{B}$ mágneses erő hat. Esetünkben az ℓ hosszúságú rúd és a \mathbf{B} mágneses indukcióvektor egymásra merőlegesek, és így a rúdra ható erőt az alábbi egyenlettel számíthatjuk:

$$F_{\text{mágnes}} = I\ell B = \left(\frac{B\ell v}{R}\right)\ell B = \frac{B^2\ell^2 v}{R} \quad (32-9)$$

Miként a későbbiekben röviden megmutatjuk, a mágneses erő a rudat balra tolja, tehát ez az erő éppen ellenkező irányú, mint a jobbra húzó (azonos nagyságú) külső erő. A rúdra ható erők eredője tehát zérus, vagyis a rúd egyenletes sebességgel mozog. A külső erő által egységnyi idő alatt végzett munka:

$$P_{\text{külső}} = F_{\text{mágnes}} v = I\ell B v = \left(\frac{B^2\ell^2 v}{R}\right)v = \frac{B^2\ell^2 v^2}{R} \quad (32-10)$$

A (32-8) és (32-10) egyenletek jobb oldala azonos, vagyis a külső erő által egységnyi idő alatt végzett munka éppen egyenlő az ellenálláson keletkező $y^2 R$ hőteljesítménnyel. Az energiamegmaradás ebben az esetben is érvényes.

Az áramot vezető rúdra ható mágneses erő irányát egyszerűen megállapíthatjuk: A mozgó rúd szabad (negatív töltésű) vezetési elektronjaira ható $\mathbf{F} = -q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ Lorentz-erő, iránya a 32-4 ábrán lefelé mutat, tehát az elektronokat az ábrán lefelé mozgatja. A rúd alsó vége negatívan, a felső pedig pozitívan töltötté válik, ezáltal az I áram a hurokban az áramutató járásával ellentétes irányban, a rúdban pedig felfelé indul meg. Következésképpen a rúdra ható $\mathbf{F}_{\text{mágnes}} = I\ell \times \mathbf{B}$ mágneses erő iránya balra mutat.

A mozgó vezető rúd végei között akkor is kialakul potenciálkülönbség, ha a vezető nem alkot zárt hurkot (32-5 ábra). Ebben az esetben, amint a rúd mozogni kezd a mágneses térben, a vezetési elektronokra azonnal hat a Lorentz-erő, így a negatív töltések a rúd felső, a pozitívak pedig az alsó végénél felszaporodnak. Az egyensúly rövid idő alatt beáll, amikor a qvB Lorentz-erő és a szétvált ellentétes töltések között ható qE elektrosztatikus vonzóerő egyenlővé válik. A töltésszétválás miatt kialakuló E elektromos térerősség a rúd két vége közötti potenciálkülönbséggel arányos: $V = El$. Mindaddig, amíg a rúd mozog, két vége között ekkora a potenciálkülönbség. A $qE = qvB$ egyenlőség miatt $E = vB$, vagyis:

$$V = El = B\ell v \quad (32-11)$$

Ez megegyezik a Faraday törvény alkalmazásával kapott eredménnyel.

32-3 PÉLDA

A 32-5 ábrán vázoltak szerint egy 10 cm hosszú fémrúd $B = 2\text{ mT}$ fluxussűrűségű homogén mágneses térben mozog. a) Milyen v sebességgel mozog a rúd, ha a végei között 1 mV potenciálkülönbség alakul ki? b) Ha a rúd ellenkező irányban mozog, vajon a potenciálkülönbség előjele megváltozik? c) Tételezzük fel, hogy a rúd merőleges a mágneses erővonalakra, és a v sebességvektor 120° -os szöget zár be a mágneses indukcióvektorral. Mekkora a rúd két vége közötti potenciálkülönbség, ha a sebesség ugyanakkora, mint az a) esetben?

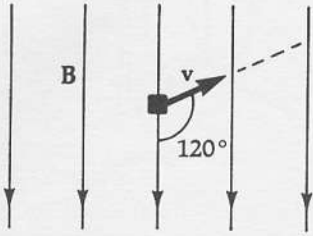


32-5 ábra
A 32-3 c) példához. A mozgó rúd az indukciós mágneses térben mozog.



32-5 ábra

Ha vezető rúd mágneses erőterén keresztül mozog, a rúd két vége között mozgási indukció révén feszültség alakul ki, függetlenül attól, hogy van-e külső áramkör, amelyen át áram folyhat.



32-6 ábra

A 32-3 c) példához. A mozgó rúd az ábra síkjára merőleges.

MEGOLDÁS

a) A (32-11) képlet alapján

$$V = B\ell v$$

$$1 \times 10^{-3} \text{ V} = (2 \times 10^{-3} \text{ T})(0,1 \text{ m})v$$

$$v = 5,00 \text{ m/s}$$

b) Ha a rúd balra mozog, a $-e$ töltésű szabad elektronjaira ható $\mathbf{F} = (-e)(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ Lorentz erő felfelé irányul, vagyis a

potenciálkülönbség előjele megváltozik.

c) A 32-6 ábrán a mozgást oldalnézetből vázoltuk, vagyis a rúd az ábra síkjára merőleges. A Lorentz-erő kifejezésében, $\mathbf{F} = (-e)(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, a vektoriális szorzat miatt a \mathbf{v} és \mathbf{B} közötti szög szinusza jelenik meg; ez az a tényező, amely az eredeti (a merőleges mozgásiránynak megfelelő) \mathcal{E}_0 potenciálkülönbséget az

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(120^\circ) = (1 \text{ mV})(0,866) = 0,866 \text{ mV}$$

értékre csökkenti le. Megjegyzendő, hogy ha a vezető és a \mathbf{B} vektor nem lennének egymásra merőlegesek, még egy szöghorrekciót kellene alkalmazni. A rúd két vége között akkor legnagyobb a potenciálkülönbség, ha az ℓ hosszúságú vezető, a \mathbf{v} sebességvektor és a \mathbf{B} indukcióvektor egymásra páronként merőlegesek.

Megjegyzések

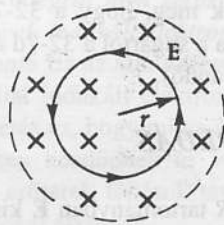
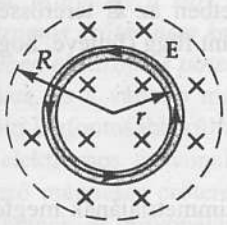
A fentiekben az indukált feszültség keltésének két módját mutattuk meg: feszültség indukálódhat a vezető stacionárius mágneses térben való mozgásakor, illetve, ha a nyugvó áramkör változó mágneses térben van. Mindkét esetet a Faraday törvény írja le:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -\left[\underbrace{B \frac{dA}{dt}}_{\textcircled{1}} + \underbrace{A \frac{dB}{dt}}_{\textcircled{2}} \right] \quad (32-12)$$

A 32-4 ábrán szemléltetett példában, a mozgó rúd indukált feszültséget az ① tag adja meg; de ugyanerre az eredményre vezet a Lorentz törvény alkalmazása is. Faraday nagy felfedezése a ② tag. Azt ugyanis, hogy nyugvó A felületű áramhurokban a változó mágneses tér feszültséget indukál, semmilyen korábbi fizikai törvény nem mondta ki. Faraday mutatta meg először ennek az effektusnak a létezését. Továbbá e törvény szerint az inerciarendszerek az indukció szempontjából is egyenértékűek: a jelenség leírására egyaránt alkalmas az álló hurokhoz rögzített koordináta-rendszer (amelyben a mágnes mozog) és a mágneshez rögzített koordináta-rendszer, (amelyben a hurok mozog). Ez az *invarianciaelv* Einstein relativitáselméletének egyik fontos alapja; ezért lett Einstein első relativitáselmélettel kapcsolatos cikkének címe a következő: „Mozgó testek elektrodinamikájáról”.

Mint azt már említettük, Faraday törvényének fontos következménye, hogy indukált elektromos tér még akkor is kialakul, ha *konkrét anyag nincs is jelen*. A 32-7a ábrán időben változó mágneses teret mutatunk be, ahol a változás sebessége állandó. Ha ebben a térben, a mágneses erővonalakra merőlegesen kör alakú hurok helyezkedik el, akkor a hurokban a változó mágneses fluxus hatására feszültség indukálódik, melynek nagyságát a

B a papír síkjába befelé irányul

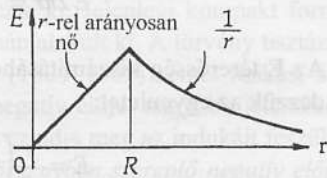


a) Az r sugarú vezető hurkot a homogén, növekvő nagyságú mágneses erőterben szimmetrikusan helyezzük el. A gyűrű kerülete mentén

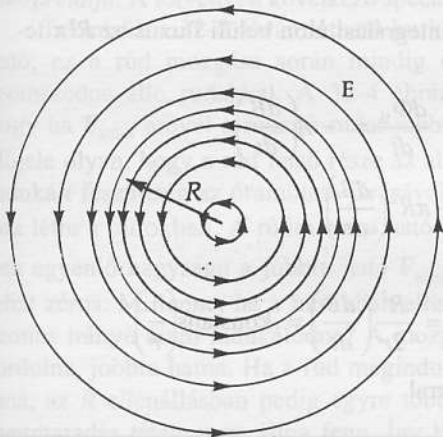
$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \text{ feszültség indukálódik.}$$

(Ha **B** csökkenne, **E** iránya ellentétes lenne.)

b) Az integrálási út mentén az **E** térerősség akkor is változatlan marad, ha a vezetőt eltávolítjuk.



Az indukált **E** térerősség változása a sugár mentén (vö. a 32-4 ábrával).



c) Ha az a) ábrán vázolt térerősség növekszik a mágneses erőter tartományán belül és azon kívül is, akkor **E** térerősségű elektromos erőter jön létre.

32-7 ábra

Az R sugarú köralakú tartományban a homogén mágneses erőter nagysága egyenletesen növekszik, azaz $dB/dt = \text{konstans}$.

(zárt) hurok mentén vett $\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ zárt görbementi integrál adja meg. Így kaphatjuk meg Faraday törvényének legáltalánosabb alakját:

A Faraday törvény
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (32-13)$$

Ebben az egyenletben semmiféle utalás nincs vezető anyagokra, töltésekre vagy áramokra: a jelenség az anyagi hordozótól független, „üres” térben játszódik le. *A változó mágneses erőter elektromos erőteret hoz létre.* Az elektromos erőter akkor is létezik, ha a vezető hurkot eltávolítjuk. A 32-7c ábrán az ilyen, változó mágneses erőter által indukált **E** elektromos térerősség szerkezetét mutatjuk be. A Faraday törvény bármely zárt görbére alkalmazható; nem szükséges hogy az éppen köralakú legyen.



(a) kontaktus jobbra mozgatjuk

a) A B hurokban folyó áramot a változatható ellenállás csúszórakéntusának jobbra mozgatásával megváltoztatjuk.



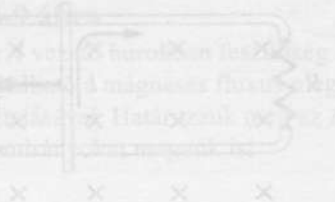
A tekercset egymástól eltoljuk



c) Az S kapcsolót zárjuk



d) A mágneset elhúzzuk a tekercstől, vagy abba betoljuk (az A tekercsben indukált áram jelensége az előbbi mágnes mozgással)



32-8 ábra
Az X és Y hurokban indukált E ter elektromos erőterét a mágneses fluxus ábrával szembevetjük a hurokban indukált E terrel

32-8 ábra

32-4 PÉLDA

Mutassuk meg, hogy a 32-7 ábrán látható esetben az \mathbf{E} térerősség nagysága a sugártól a 32-7d ábrán vázoltak szerint függ (feltéve, hogy dB/dt állandó).

MEGOLDÁS

Az $r < R$ tartományban \mathbf{E} kiszámításához, \mathbf{B} szimmetriájának megfelelően, válasszunk r sugarú kör alakú integrálási utat.

Faraday törvénye szerint

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \left(\frac{dB}{dt} \right)$$

$$E 2\pi r = -\pi r^2 \left(\frac{dB}{dt} \right)$$

Az \mathbf{E} térerősség kiszámításához elhagyjuk a negatív előjelet és átrendezzük az egyenletet:

$$E = \frac{r}{2} \left(\frac{dB}{dt} \right) = \text{konstans} \cdot r$$

Az $r > R$ tartományban az integrálási úton belüli fluxus az $R^2\pi$ terület fluxusa, tehát

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \left(\frac{dB}{dt} \right)$$

$$E 2\pi r = -\pi R^2 \left(\frac{dB}{dt} \right)$$

A térerősség nagysága tehát $E = \frac{R^2}{2r} \left(\frac{dB}{dt} \right) = \text{konstans} \left(\frac{1}{r} \right)$

azaz fordítva arányos az r sugárral.

Elektromos erőterek és az indukált feszültség

Az előző fejezetekben olyan elektromos erőterek tulajdonságait tanulmányoztuk, amelyek állandó elektromos töltésektől származtak. Ezek *konzervatív* erőterek, ugyanis tetszőleges két pont között definiálható a két pont közötti úttól független potenciálkülönbség.

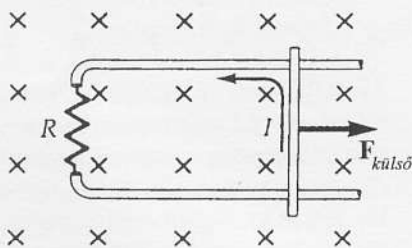
$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (32-14)$$

A konzervatív erőterre jellemző, hogy ha a fenti összefüggésben a két végpontot (a és b) egyesítjük, azaz zárt görbe mentén integrálunk, akkor zérust kapunk:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (32-15)$$

Alkalmazzuk most a Faraday törvényt változó mágneses térbe helyezett zárt hurok esetére (32-7b ábra). A B változása során a hurokban \mathcal{E} feszültség indukálódik, amelyet az $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ zárt görbementi integrállal határozhatunk meg:

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (32-16)$$



32-8 ábra

ahol $d\ell$ az S felületet körülvevő C görbén fut végig. $d\mathbf{A}$ irányát a jobbkéz-szabály adja meg: jobb kezünket fordítsuk úgy, hogy a behajlított ujjaink a $d\ell$ vektor irányába mutassanak; ekkor a kinyújtott hüvelykujjunk $d\mathbf{A}$ irányába mutat. *Minthogy a zárt hurok mentén vett integrál nem zérus, az indukált elektromos erőteret nem konzervatív; más szóval, indukált elektromos erők esetében elektromos potenciál nem definiálható.* Ez az álló töltések létrehozta statikus, és a változó mágneses erők által indukált elektromos erők közötti legfontosabb különbség. További eltérés az, hogy míg a statikus töltések elektromos erővonalai mindig töltéseken kezdődnek és végződnek, a változó mágneses erők által létrehozott erők töltések távollétében is létezhetnek, és erővonalaik mindig zárt hurkokat alkotnak.

32.4 A Lenz törvény

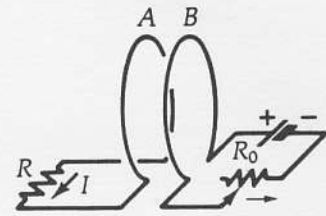
A Faraday törvény tartalmát Faraday maga eredetileg meglehetősen nehézkes módon, több különböző összefüggéssel fejezte ki. Jelenlegi kompakt formája csak később, több más kutató munkája nyomán alakult ki. A törvény tisztázásában jelentős szerepet játszott Heinrich Lenz (1804–1865) német fizikus, ő vezette be a formulába a negatív előjelet. A negatív előjel nagyobb jelentőségű, mint azt első ránézésre gondolnánk; ugyanis ez adja meg az indukált feszültség helyes irányát. *A Lenz törvény a Faraday törvényben szereplő negatív előjelet interpretálja.* A törvényt a következő speciális eset elemzésével illusztráljuk:

Tekintsük a 32-8 ábrán látható hurkot, amelynek egyik oldala mozgatható; ez a rúd mozgása során mindig elektromos kontaktusban marad a szomszédos álló rudakkal. A 32-4 ábrán vázoltakkal kapcsolatban láttuk, hogy ha $\mathbf{F}_{\text{külső}}$ erővel a mozgó rudat jobbra húzzuk, az indukált feszültség előjele olyan, hogy a rúd felső része az alsóhoz képest pozitívvá válik; ez az indukált feszültség az áramutató járásával ellentétes irányban folyó I áramot hoz létre a hurokban. A rúdra balra ható $\mathbf{F}_{\text{mágnes}} = I\ell \times \mathbf{B}$ erő hat, amely éppen egyenlő nagyságú a jobbra ható $\mathbf{F}_{\text{külső}}$ erővel; a rúdra ható erők eredője tehát zérus. Mi lenne, ha a hurokban ellentétes, azaz az áramutató járásával azonos irányú áram indukálódna? A mozgatható rúdra ható erő iránya megfordulna, jobbra hatna. Ha a rúd megindulna, a mágneses erő tovább gyorsítaná, az R ellenállásban pedig egyre több hő fejlődne – vagyis az energia-megmaradás tétele nem állna fenn. Így hát azt a következtetést kell levonnunk, hogy *bármely, az indukált feszültségből származó hatásnak gátolnia kell a feszültséget indukáló hatást.* Ezt a tételt fogalmazta meg Lenz, és ennek a gondolatmenetnek felel meg a negatív előjel az $\mathcal{E} = -d\Phi_B / dt$ egyenletben.

A Lenz törvény más módon való megértéséhez juthatunk a vezetőhurok által körülzárt fluxus változásának elemzésével. Amikor a rudat jobbra húzzuk, a hurok területén az (ábrába befelé tartó irányú) mágneses erővonalak száma növekszik. Az indukált áram mágneses erővonalai az ábrából kifelé tartó irányúak (ellenőrzésül alkalmazzuk az áramvezető mágneses erőterének irányára vonatkozó jobbkéz-szabályt), azaz az áramot létrehozó fluxus-változással ellentétes irányúak.

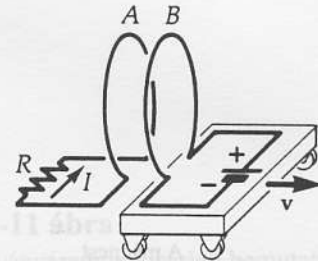
A Lenz Zárt hurokban olyan irányú áram indukálódik, hogy mágneses erőtere az áramot létrehozó fluxusváltozást csökkentsé.

Jegyezzük meg, hogy az indukált áram mágneses erőtere nem a mágneses fluxust, hanem a fluxus változásának hatását csökkenti (elég gyakori hiba, hogy e különbségről elfelejtkeznek). Még akkor is, ha az áramkör nem alkot zárt hurkot (vagyis nincs indukált áram), egy elképzelt hurokban meg tudjuk határozni az indukált áram irányát. A 32-9 ábrán példák láthatók; az elemzés tanulmányozását itt abbahagyva vajon meg tudjuk-e határozni Lenz törvényének alkalmazásával az R ellenállásokon folyó áram irányát? Próbáljuk meg!

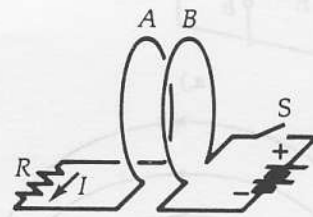


(a kontaktust jobbra mozgatjuk)

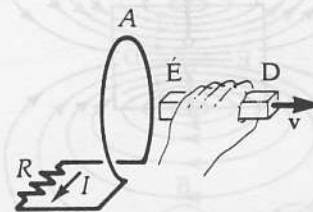
- a) A B hurokban folyó áramot a változtatható ellenállás csúszókontaktusának jobbramoogatásával megváltoztatjuk.



- b) A tekercseket egymástól eltávolítjuk



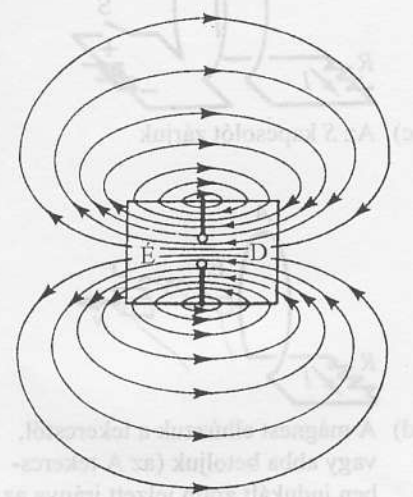
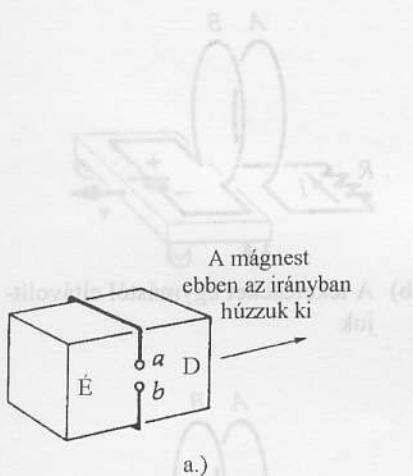
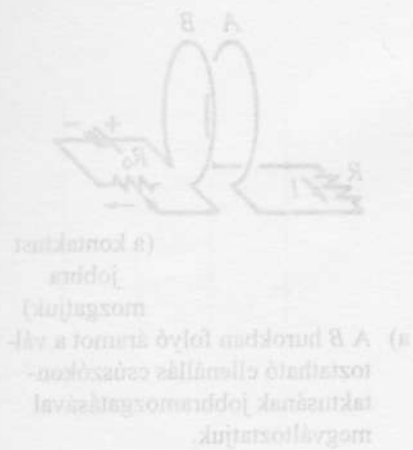
- c) Az S kapcsolót zárjuk



- d) A mágneset elhúzzuk a tekercstől, vagy abba betoljuk (az A tekercsben indukált áram jelzett iránya az előbbi esetre vonatkozik).

32-9 ábra

Az A vezető hurokban feszültség indukálható a mágneses fluxus megváltoztatásával. Határozzuk meg az I áramirányokat magunk is!



b) A permanens mágnes erővonalai teljes zárt hurkot alkotnak, melyek a mágnesből az északi sarknál lépnek ki, és a déli sarknál lépnek be. A mágnes belsejében az erővonalak a déli pólus felől az északi felé haladnak.

32-10 ábra

A 32-5 példához

Lenz törvényét a 32-9 ábrán illusztrált esetekben az alábbiak szerint alkalmazzuk:

- Kezdetben, a B hurokban folyó áram olyan mágneses erővonalakat hoz létre, amelyek az A hurok felületén balról jobbra mutatnak. A változtatható ellenállás csúszókontaktusának az ábrán feltüntetett irányban való mozgásakor az áram a B tekercsben növekszik, ami miatt A síkját balról jobbra még több mágneses erővonal metszi. Az A tekercsben indukált áram olyan irányú, hogy mágneses erővonalai A síkját jobbról balra metszik át, csökkentve a fluxus növekedésének ütemét.
- Kezdetben mindkét hurok síkját a mágneses erővonalak balról jobbra metszik. A B hurkot jobbra mozgatva az A hurok belsejét kevesebb erővonal metszi; az utóbbiban tehát olyan irányú áram indukálódik, amelynek mágneses erőtere fékezi a fluxuscsökkenés ütemét.
- A jobb oldali áramkörben lévő S kapcsoló zárásakor balról jobbra irányuló mágneses erővonalak jelennek meg az A hurok belsejében. Az A hurokban indukált áram mágneses erővonalai tehát a hurok belsejében jobbról balra mutatnak, vagyis fékezik a mágneses erőter kialakulásának ütemét.
- A mágneses erővonalak a mágnes északi pólusából erednek és a déli póluson végződnek. Kezdetben tehát az erővonalak az A hurok belsejét jobbról balra lépik át. Amint a mágneset jobbra mozgatjuk, az A hurok felületén a fluxus csökken; ennélfogva az A hurokban a jelzett irányú áram balra mutató mágneses erőtere fékezi a fluxus csökkenését.

32-5 PÉLDA

A 32-10a ábrán vázolt rögzített hurok belsejéből kihúzzuk a permanens mágneset. Állapítsuk meg a hurok két végpontja (a és b) között az indukált feszültség polaritását, vagyis azt, hogy a és b pontok közül melyiknek a potenciálja nagyobb.

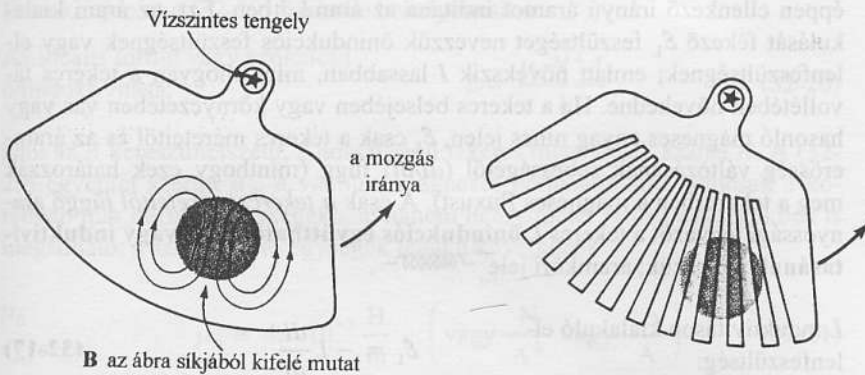
MEGOLDÁS

A mágneses erővonalak mindig teljes, zárt hurkot alkotnak. Minthogy a mágneses erővonalak a mágnes belsejében záródnak, a hurok belsejében az erővonalak kezdetben jobbról balra mutatnak (32-10b ábra). Ha az a és b pontokat rövidrezárva zárt hurkot hoznánk létre, akkor a rövidzárat alkotó huzalban a mágnes kihúzásakor az indukált áram b -ből a felé folyna, vagyis a hurokban indukált áram olyan irányú mágneses erőteret hozna létre, amely igyekezne fenntartani a hurokban a kezdeti fluxust. (A változás sebességét csökkentené.) Így a b pont magasabb potenciálú, mint az a pont. Az a és b pontok tulajdonképpen egy feszültségforrás kapcsai, amelyekhez ha külső huzalt csatlakoztatunk, azon át a b pontból az a pontba folyik áram. Az indukált potenciálkülönbség független attól, hogy a pontok huzallal össze vannak-e kötve vagy sem.

A b pont potenciálja nagyobb.

32.5 Az örvényáramok

Vannak olyan esetek, amikor az indukált áramok számára nincs jól definiált irány kijelölve; például, ha fémadarab (inhomogén) mágneses erőterben mozog, vagy álló fémtestre változó mágneses tér hat, az indukált áramok a



B az ábra síkjából kifelé mutat

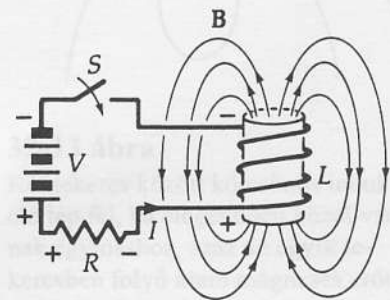
- a) Az arnyékolással jelzett tartományban a mágneses erőtér az ábra síkjából **kifelé** mutat. Ezen a tartományon áthaladva, a fémlapban örvényáramok indukálódnak. Az áramvonalak zárt hurkokat alkotnak; a „visszatérő ágban” az áram a mágneses erőtér tartományán kívül folyik. Az örvényáramokra ható mágneses erők fékezik az örvényáramokat létrehozó mozgást.
- b) A fémlapba keresztben vágott rések megszakítják az örvényáramok útját, emiatt az örvényáramok fékező hatása nagymértékben lecsökken.

fémtest belsejében, annak teljes térfogatában cirkulálnak. Mivel ezen cirkuláló áramok tulajdonságai hasonlítanak a folyadékok áramlásakor keletkező örvényekre, *örvényáramoknak* nevezzük őket.

Az örvényáramok jelenlétét a következőképpen mutatjuk meg: Nem mágneses anyagból (pl. rézből vagy alumíniumból) készült lapot függesztünk fel vízszintes tengelyre úgy, hogy a mágneses erőtérben szabadon lenghessen (32-11 ábra). A vezető anyagú lap mozgása közben a mágneses erőtér a szabad töltéshordozókra erőt gyakorol, örvényáramokat hoz létre. A Lenz törvény értelmében a fémlapban kialakuló örvényáramok mágneses tere olyan irányú, hogy a fémlapra ható $F = Il \times B$ mágneses erő az örvényáramokat létrehozó mozgást fékezze. (A fémlapra csak ott hat erő, ahol van mágneses indukció; tehát az örvényáram-hurkok mágneses erőtérén kívüli tartományában, a „visszatérő ágban” fékezőerő nem hat.) Az örvényáramok eredményeként a fémlap mozgása lefékeződik. Ezt a hatást a gyakorlatban az elektromágneses fékek egy típusában, az ún. örvényáramú fékekben is alkalmazzák. Ha a fémlapba keresztben réseket vágunk, akkor megakadályozhatjuk, hogy nagyméretű örvényáram-hurkok jöjjenek létre; ezzel az örvényáramok fékező hatását nagymértékben csökkenthetjük.

32.6 Az önindukció

Míg az ellenállások az áramkörben folyó áram nagyságát határozzák meg, a tekercsek az áramkörben folyó *áramerősség változásának ütemét* korlátozzák. E hatás illusztrálására tekintsünk ellenállásból, tekercsből és telepől álló áramkört (32-12 ábra). Az S kapcsoló zárásakor a nyíllal jelzett irányban I áram kezd el folyni. A teljes áramerősség nem pillanatszerűen alakul ki, mert amint I nőni kezd, a tekercsben a mágneses tér is megnövekszik. A Faraday és a Lenz törvény szerint a változó mágneses fluxus a tekercsben olyan irányú feszültséget indukál, amely fékezi a változást; azaz, az indukált feszültség polaritása olyan, (a tekercs alsó fele pozitívabb a felsőnél), hogy



32-12 ábra

Sorbakapcsolt tekercs, ellenállás és telep. Figyeljük meg, milyen polaritású feszültségek alakulnak ki az R és L áramköri elemek kapcsain az áram bekapcsolása után.

éppen ellenkező irányú áramot indítana az áramkörben. Ezt, az áram kialakulását fékező \mathcal{E}_L feszültséget nevezzük önindukciós feszültségnek vagy ellenfeszültségnek; emiatt növekszik I lassabban, mint ahogyan a tekercs távollétében növekedne. Ha a tekercs belsejében vagy környezetében vas vagy hasonló mágneses anyag nincs jelen, \mathcal{E}_L csak a tekercs méreteitől és az áramerősség változásának sebességétől (dI/dt) függ (minthogy ezek határozzák meg a tekercsben a mágneses fluxust). A csak a tekercs méreteitől függő arányossági tényezőt a tekercs L önindukciós együtthatójának vagy induktivitásának nevezzük; áramköri jele $\text{---}\text{---}\text{---}$.

L induktivitáson kialakuló ellenfeszültség:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (32-17)$$

Az induktivitás SI egysége az 1 henry (H)¹. Adott tekercs L öninduktivitásának kiszámítása rendszerint elég bonyolult, főleg azért, mert nehéz kiszámítani a tekercs végének és a menetek között „kiszűrődő” mágneses térnek a hatását. Szorosan tekercselt szolenoid (vagy egy toroidtekercs) L önindukciós együtthatóját mindazonáltal ki lehet számítani, az alábbiak szerint:

Minden egyes meneten $\mathcal{E}_L = -d\Phi_B/dt$ ellenfeszültség indukálódik. Ideális esetben az N menet mindegyikén a Φ_B fluxus ugyanakkora, így

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (32-18)$$

Ezt a (32-17) képlettel összehasonlítva azt kapjuk, hogy

$$L \frac{dI}{dt} = N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Mindkét oldalt integrálva és felhasználva, hogy $\Phi_B = 0$, ha $I = 0$, azt kapjuk, hogy

$$LI = N\Phi_B$$

Innen az

$$L \text{ önindukció: } L \equiv \frac{N\Phi_B}{I} \quad (32-19)$$

Az $N\Phi_B$ szorzatot tekercsfluxusnak nevezzük; így L a tekercsfluxus és az áramerősség hányadosa; ez a mennyiség kizárólag a tekercs méreteitől függ. Minthogy a mágneses fluxus egysége az 1 tesla·m², L egysége 1 henry vagy 1 tesla·méter²/amper (Tm²/A). L -et gyakran a tekercs induktivitásának nevezzük.

E fejezetben korábban már megmutattuk, hogy (elhanyagolva a tekercs végeinek hatását) ideális szolenoidban a mágneses erőter homogén és $B = \mu_0 nI$, ahol n az egységnyi hosszúságra jutó menetek száma és I az áramerősség. Ha a tekercs keresztmetszete A , a tekercsben a fluxus $\Phi_B = BA = \mu_0 nIA$. Egy ℓ hosszúságú és N menetszámú szolenoid vagy toroid esetében (vagyis ha $n = N/\ell$), a tekercsfluxust az alábbiak szerint számíthatjuk:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 NIA}{\ell}$$

¹ Ezt az egységet Joseph Henry (1797-1878), amerikai fizikus tiszteletére nevezték el, aki Faradaytól függetlenül felfedezte az indukcióra vonatkozó törvényszerűségeket. Eredményeit Faraday közölte először, így az indukció alaptörvényét róla nevezték el.

Ezt a kifejezést a (32-19) képletbe behelyettesítve:

Az ideális toroid vagy szolenoid öninduktivitása:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}, \quad (32-20)$$

ahol az A keresztmetszetű, ℓ hosszúságú tekercs meneteinek száma N . A (32-20) egyenlet szerint μ_0 , a vákuum mágneses permeabilitása nemcsak a korábban már definiált egységekben, hanem henry/méter (H/m) egységekben is megadható; a szóbajöhető egységek tehát a következők:

$$\mu_0 \text{ egységei: } \mu_0 \equiv 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad \left(\text{vagy } \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \text{ vagy } \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \right) \quad (32-21)$$

32-6 PÉLDA

a) Számítsuk ki az 1 cm² keresztmetszetű, 10 cm hosszú és 1000 menetű szolenoid öninduktivitását. b) Mekkora az indukált ellenfeszültség, ha a tekercsen átfolyó áram erőssége egyenletesen, 15 A/s sebességgel nő?

MEGOLDÁS

a) A megadott adatok szerint a szolenoid sűrűn tekercselt és hossza az átmérőjéhez képest nagy. Így a végeinek hatását elhanyagolhatjuk. A megfelelő, SI egységekben megadott számértékeket a (32-21) egyenletbe helyettesítve azt kapjuk, hogy

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(1000 \text{ menet})^2 (10^{-4} \text{ m}^2)}{0,10 \text{ m}} = 1,26 \text{ mH}$$

b) A (32-17) egyenlet szerint

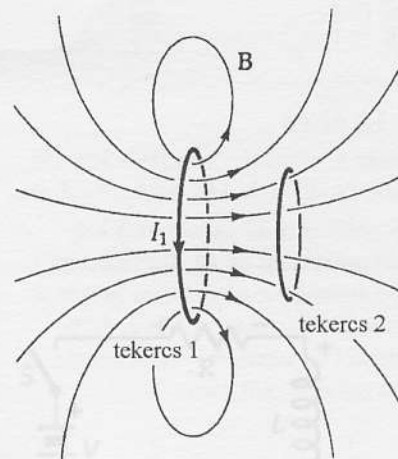
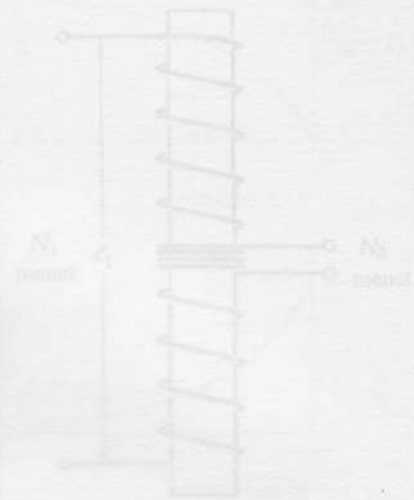
$$|\mathcal{E}| = L \frac{dI}{dt} = (1,26 \times 10^{-3} \text{ H}) \left(15 \frac{\text{A}}{\text{s}} \right) = 18,9 \text{ mV}$$

32.7 A kölcsönös indukció

Az előző részben a tekercs L öninduktivitását a változó áramerősség hatására indukálódott ellenfeszültség fogalmának bevezetésével definiáltuk. Az ellenfeszültség kialakulásához hasonló hatás akkor is fellép, ha két tekercs elég közel van egymáshoz és az egyik tekercs mágneses erőtere a másikon is áthatol; ilyenkor ugyanis ha valamelyik tekercsben az áramerősség megváltozik, a másik tekercsben feszültséget indukál (32-13 ábra). Ezt a folyamatot *kölcsönös indukciónak* nevezzük, és az alábbiak szerint definiáljuk: Ha a 2-es tekercsben az áramerősség változási sebessége dI_2/dt , az 1-es tekercsben indukált feszültség nagyságát az

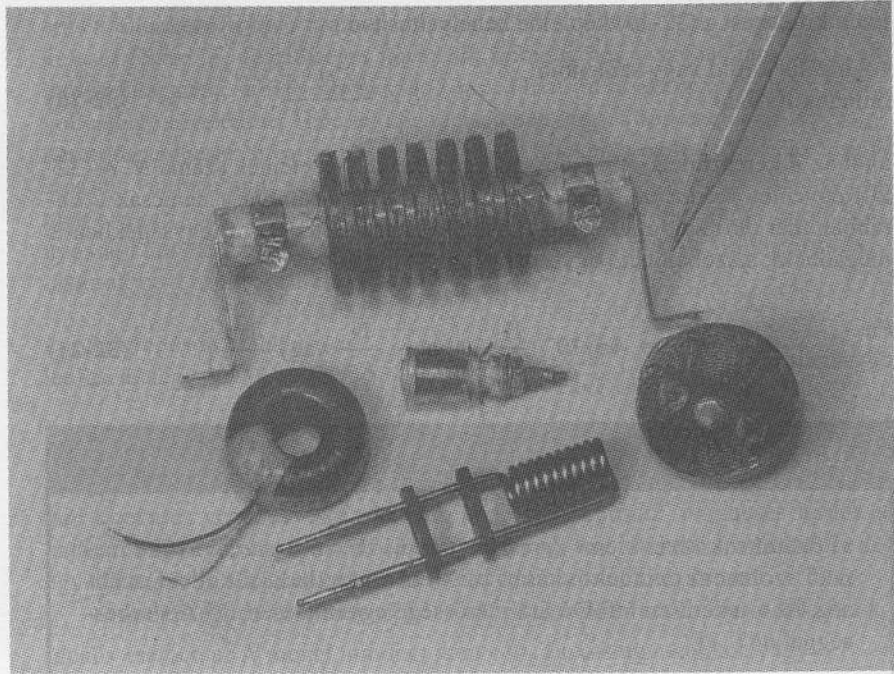
$$\mathcal{E}_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

egyenlet adja meg, ahol M_{12} az 1-es tekercs 2-esre vonatkozó **kölcsönös induktivitása**. A kölcsönös induktivitás egysége ugyanúgy az 1 henry, mint az öninduktivitásé.



32-13 ábra

Két tekercs között kölcsönös indukció lép fel, ha elegendően közel vannak egymáshoz, azaz az egyik tekercsben folyó áram mágneses erőtere a másik tekercs helyén is számottevő. (Az ábrán az 1. tekercsben folyó áram mágneses fluxusa a 2. tekercsen jelentős.) A hatás kölcsönös: *bármelyik tekercsben is változik az áramerősség, a másik tekercsben feszültséget indukál.*



32-14 ábra

Elektronikus áramkörökben alkalmazott kisméretű tekercsek.

Hasonlóképpen, ha az 1-es tekercsben az áramerősség változik, a 2-es tekercsben feszültség indukálódik, melynek nagysága:

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt},$$

ahol M_{21} a 2-es tekercs 1-esre vonatkozó kölcsönös induktivitása. Itt nem közölt módon bebizonyítható, hogy

$$M_{12} = M_{21}. \quad (32-22)$$

Így az index nélkül írt M jelöli a továbbiakban a kölcsönös induktivitást, vagyis

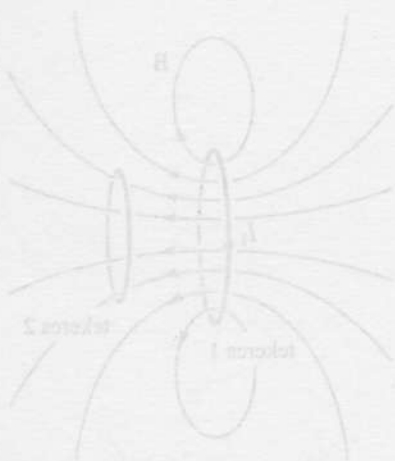
$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt} \text{ és } \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}. \quad (32-23)$$

Mint hogy a kölcsönös induktivitás az egyik tekercsben folyó I áram hatására a másik tekercsen létrejövő $N\Phi_B$ tekercsfluxustól függ, a (32-19) egyenlettel fennálló analógia alapján azt írhatjuk, hogy

$$\text{M kölcsönös induktivitás: } M = \frac{N_2 \Phi_{B_2}}{I_1} \text{ és } M = \frac{N_1 \Phi_{B_1}}{I_2} \quad (32-24)$$

M SI egysége ugyanaz, mint L egysége: a henry (H). Feltéve, hogy vas vagy hasonló mágnesezhető anyag nincs a tekercsek közelében (vagy belsejében), M értéke geometriai tényezőktől függ, például attól, hogy milyen távol vannak egymástól és milyen egymáshoz képest a térbeli helyzetük. M számértékének kiszámítása többnyire igen bonyolult, kivételt képez az az eset, amikor a két tekercset azonos mag köré tekercselték, tehát az egyik tekercstől származó teljes fluxus áthalad a másikon.

A kölcsönös indukció jelenségére gyakorlati példa a telefonkábelek közötti „áthallás”: amikor az egyik kábelben az áramerősség változik, a szomszédos kábelben feszültség indukálódik. (Kapacitív hatások hasonló problémákat okozhatnak.) Egy másik példa a hangfrekvenciás erősítőkben (pl. rádióban) fellépő „brumm”: a hálózatból származó váltakozó áramok válto-



32-13 ábra

Két tekercs közötti kölcsönös indukció. A két tekercs közötti kölcsönös indukció akkor jön létre, ha az egyik tekercsben folyó áram mágneses térerőt hoz létre, amely áthalad a másik tekercs huzalján is számottevő mennyiségben. (Az ábra az 1. tekercsben folyó áram mágneses fluxusát a 2. tekercsben felinduló feszültséghez mutatja.) A hatás kölcsönös: ha a 2. tekercsben is változik az áramerősség, a 1. tekercsben feszültség indukálódik.

kozó
fektus
eleger

32

E
sz
n
k
M
M
ü
a

32

M
va
fü
re
ál
E

za
án
o
v
&
z
r
h

kozó feszültséget indukálhatnak bizonyos érzékeny áramkörökben. (Az effektus csökkenthető az áramkörök megfelelő mágneses árnyékolásával vagy elegendően távol helyezésével.)

32-7 PÉLDA

Egy $\ell_1 = 30\text{cm}$ hosszú, $A = 6\text{ cm}^2$ keresztmetszetű, $N_1 = 500$ menetű szolenoidra egy másik $N_2 = 20$ menetű tekercset csévélünk szorosan, a másik tekercs közepe körül (32-15 ábra). Számítsuk ki a két tekercs közötti kölcsönös induktiót.

MEGOLDÁS

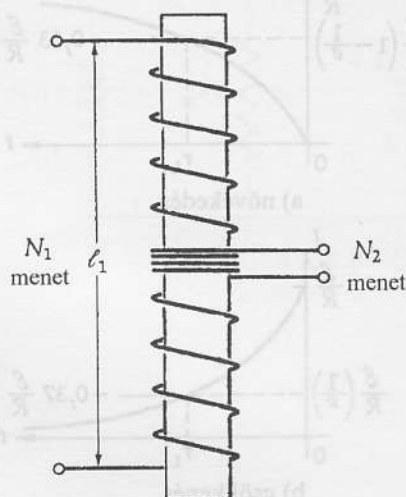
Míthogy a tekercseket szorosan egymásra csévéltük, keresztmetszetük és azon a Φ_B mágneses fluxus azonos. A (32-20) egyenlet alapján, az I_1 árammal átjárt szolenoid közepén a mágneses fluxus nagysága

$$\Phi_{B_1} = \Phi_{B_2} = \frac{\mu_0 AN_1 I_1}{\ell_1}$$

Az M kölcsönös induktivitás tehát

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B_1}}{I_1} = \frac{\mu_0 AN_1 N_2 I_1}{I_1 \ell_1} = \frac{\mu_0 AN_1 N_2}{\ell_1}$$

$$M = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m})(6 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(500)(20)}{0,30 \text{ m}} = 25,1 \mu\text{H}$$



32-15 ábra

A 32-15 példához.

Két, azonos magra csévélt tekercs kölcsönös induktitásának számításhoz.

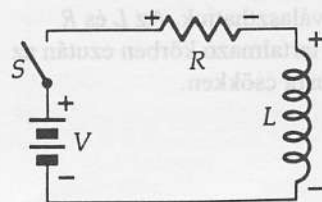
32.8 RL áramkörök

Míthogy a tekercsek nem zérus ellenállású huzalból készülnek², mindig van valamekkora, a huzal fajlagos ellenállásától, hosszától és keresztmetszetétől függő ellenállásuk is. A tekercsek ellenállását (ha egyáltalán számottevő) rendszerint hozzáadjuk az áramkör egyéb ellenállásához, és így az R ellenállással sorbakötve, „tisztá” L induktitásunk marad. Az ilyen RL körök elég gyakoriak az elektromos áramkörökben.

Tekintsük a 32-16 ábrán látható RL áramkört. Amikor az S kapcsolót zárjuk, a telep „megpróbál” valamekkora áramot áthajtani a tekercsen. Az áramerősség növekedésével a tekercsben indukálódó ellenfeszültségnek olyan a hatása, mintha a tekercs egy (ellentétes polaritású) telep lenne. Növekvő áramerősség esetén az L kapcsai közötti potenciálkülönbség $\mathcal{E}_L = -LdI/dt$, polaritását az ábrán + és - jelekkel jelöltük. A kapcsoló zárása utáni minden időpillanatban érvényesnek kell lennie Kirchhoff huroktörvényének. Az egyes elemek kapcsainak polaritását megjelölve felírhatjuk az alábbi egyenleteket:

$$\sum \mathcal{E} = 0$$

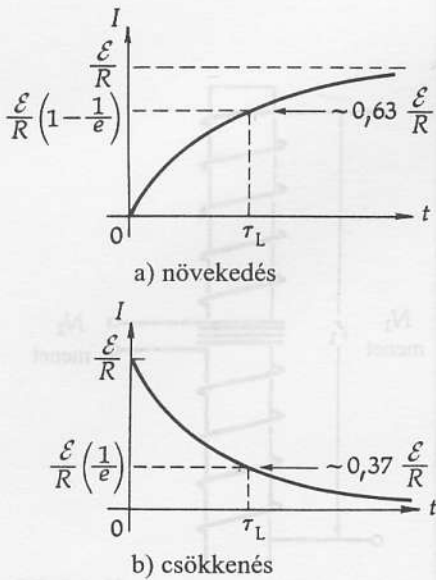
$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0. \quad (32-25)$$



32-16 ábra

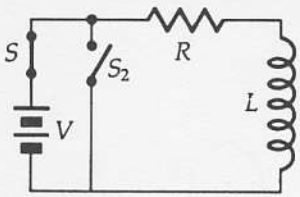
Soros RL áramkör, a tekercsben változó áramerősség elemzéséhez. A jelzett polaritások az S kapcsoló zárása után kialakuló viszonyokat tükrözik.

² A szupravezetők kivételt képeznek, mert ellenállásuk az un. kritikus hőmérséklet alatt ténylegesen zérussá válik.



32-17 ábra

Az áramerősség növekedése és csökkenése soros RL áramkörben.



32-18 ábra

Miután a tekercsen keresztül állandó áramerősség alakul ki, az S_2 rövidzárkapcsolót zárjuk; ezután az S kapcsoló nyitásával az RL áramkörben folyó áram megváltoztatása nélkül a telepet leválaszthatjuk. Az L és R elemeket tartalmazó körben ezután az áram zérusra csökken.

E differenciálegyenletet megoldva³ az RC áramkörökre jellemzőhöz hasonló $I(t)$ összefüggést kapunk (vö. a 29.6 fejezetben leírtakkal):

Az áramerősség növekedése egy RL áramkörben

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t}) \quad (32-26)$$

Az $I(t)$ függvény a 32-17a ábrán látható. Az exponenciális tag miatt az áramerősség aszimptotikusan közelít a végső, maximális értékéhez (\mathcal{E}/R). A növekedés üteme az L/R hányadostól függ; minél nagyobb ennek az értéke, annál lassabban növekszik az áramerősség. Az L/R hányadost az RL áramkör τ_L időállandójának nevezzük. A kapcsoló zárása után egy időállandónyi idő elteltével az áramerősség végső, maximális értékének $(1-1/e) \approx 0,63$ -szorosát éri el.

Miután az állandósult (stacionárius) állapot beállt, (vagyis az áramerősség állandó (\mathcal{E}/R) és a tekercsen nincs feszültségesés), a 32-18 ábrán vázolt módon az R és L elemeket a teleptől elválasztjuk, majd rövidre zárjuk⁴. Vizsgáljuk meg, hogyan csökken az áramerősség az idő függvényében. Az S_2 kapcsoló zárása után az S_2 kapcsolón, az R és L elemeken keresztül az áram zavartalanul tovább folyhat; az S kapcsoló nyitásával pedig a telepet választjuk el az áramkör többi részétől. Minthogy az áramkörben a továbbiakban

³ Ezt a differenciálegyenletet a *változók szétválasztásának* nevezett módszerrel oldjuk meg. A (32-25) egyenlet átrendezésével az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \frac{dt}{L}$$

Itt az I és t változókat tartalmazó tagok az egyenlet két oldalán találhatóak. Az egyenlet mindkét oldalát integráljuk:

$$\int_0^I \frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

A G-II. függelék integráltáblázatát használva azt kapjuk, hogy

$$-\frac{1}{R} \ln(\mathcal{E} - IR) = \frac{t}{L} + c$$

ahol a c integrálási állandót a kezdeti feltételek segítségével határozhatjuk meg: Ha $t_1 = 0$ időpillanatban $I_1 = 0$, akkor $c = -(1/R) \ln \mathcal{E}$. Ezt az értéket a fenti egyenletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$\ln\left(\frac{\mathcal{E} - IR}{\mathcal{E}}\right) = -\frac{R}{L}t$$

Ha $\ln y = x$, akkor $y = e^x$, így

$$\left(\frac{\mathcal{E} - IR}{\mathcal{E}}\right) = e^{-(R/L)t}$$

Innen I -t kifejezve:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t})$$

⁴ Gyakorlati probléma: Ha az eredeti (32-16 ábrán vázolt) áramkörben lévő S kapcsolót nyitjuk, a tekercsen a gyors áramerősségváltozás hatására nagyon nagy feszültség indukálódik, és ez, Kirchhoff huroktörvényének következményeként, a kapcsoló kontaktusai között jelenik meg. Az itt kialakuló nagy elektromos térerősség miatt szikrázás, ívkisülés indul meg. Általában, emiatt, az induktív tagokat is tartalmazó áramkörök kikapcsolásakor gondoskodni kell arról hogy szikrázás, ívkisülés ne forduljon elő.

Az ábra szerinti „rövidzárásos” módszer, amelynek során az áramot nem szakítjuk meg; másféle gyakorlati problémát okoz: egyes telepek komolyan károsodnak, ha kapcsaikat másodpercekre is rövidre zárják. Mégis, mihelyt az S_2 kapcsoló zárva van, a telepet az áramkörrel az S kapcsoló nyitásával leválaszthatjuk anélkül, hogy befolyásolnánk az áramkör többi részében folyó áramot. Ebben az elméleti levezetésben most ne törődjünk a valóságban adódó bosszantó apróságokkal – laboratóriumi munka során viszont nem szabad semmibevenni őket.

telep nincs, az áramerősség csökkenni kezd, bár a tekercsben indukált ellenfeszültség miatt egyre lassabban. Kirchhoff huroktörvényét alkalmazva:

$$\begin{aligned} \Sigma \mathcal{E} &= 0, \\ IR + L \frac{dI}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (32-27)$$

Ezt az egyenletet a (32-25) egyenlet megoldásánál alkalmazott módszer szerint oldjuk meg (lásd még a 32C-43 feladatot); ennek eredménye szerint

Az áramerősség csökkenése egy RL áramkörben:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-(R/L)t} \quad (32-28)$$

Az áramerősség egy időállandónyi ($\tau_L = L/R$) idő alatt csökken kezdeti értékéről ($I_0 = \mathcal{E}/R$) e -ed részére (azaz kb. 37%-ára). Az $I(t)$ függvény a 32-17b ábrán látható.

Az RL áramkörökben mérhető exponenciális áramnövekedés- és csökkenés hasonlít az RC körökben észlelhető exponenciális változásokhoz. (Érdeemes újra elolvasni a 29.6 fejezetben az RC körökről írottakat; a hasonlóságok és analógiák nagymértékben segítik a jelenségek megértését.) Soros RL körökben (állandó feszültségű feszültségforrást feltételezve) a tekercsre a következők jellemzők:

1. Tekercsen átfolyó áram nem változhat ugrásszerűen. Az időben exponenciálisan változó áramerősség változási sebességét az áramkör L/R időállandója határozza meg.
2. Ha a tekercs árama a stacionárius állapotnak megfelelő állandó, akkor a „tiszta” induktivitáson (az „ideális” tekercsen) a feszültségesés mindig zérus.

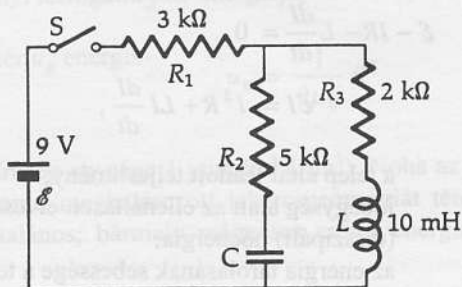
32-8 PÉLDA

Tekintsük a 32-19 ábrán látható áramkört. Számítsuk ki az R_1 , R_2 és R_3 ellenállásokon át folyó stacionárius áram erősségét.

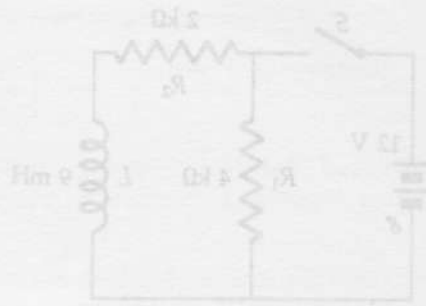
MEGOLDÁS

A kondenzátor jelenléte miatt az R_2 -t tartalmazó ágban stacionárius áram nem folyhat, vagyis $I_2 = 0$. (Ez az ág, egyenáramú szempontból „szakadás”). Minthogy a tekercsen eső feszültség stacionárius állapotban zérus, $\mathcal{E}_L = 0$, az áram az R_3 -at tartalmazó ágban (és minthogy $I_2 = 0$, a főágban is):

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_3} = \frac{9 \text{ V}}{3 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega} = 1,80 \text{ mA}$$



32-19 ábra
A 32-8 példához

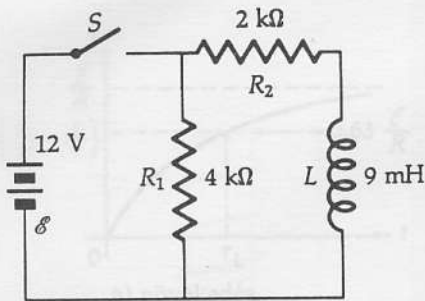


32-17b ábra
A 32-17 példához



32-22 ábra

A kondenzátor a $t = 0$ időpontban zár-
lak. Minthogy az áramerősség a váltak-
zó áram erősségeként változik, a teljes áram
lehető energiát egy ideig a tekercsben
tárolja, a másik részét pedig az R
ellenálláson hővé alakítja.



32-20 ábra

A 32-9 példához

32-9 PÉLDA

A 32-20 ábrán látható áramkör S kapcsolóját zárjuk és megvárjuk, amíg az áramerősség állandósul. Ekkor, a $t = 0$ időpontban a kapcsolót nyitjuk. a) Számítsuk ki a tekercs kapcsai közötti $(\mathcal{E}_L)_0$ feszültséget a kapcsoló nyitása utáni időpontban. b) Mennyi idő alatt csökken az áramerősség kezdeti értékének egyhatodára?

MEGOLDÁS

a) Az áramerősség állandósulása után a tekercsen nincs feszültség-esés, így a tekercset is tartalmazó ágba az áramerősséget R_2 határozza meg:

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12 \text{ V}}{2 \text{ k}\Omega} = \underline{\underline{6,00 \text{ mA}}}$$

A kapcsoló nyitása utáni időpontban a tekercsen áthaladó áram erőssége ugyanakkora, mint a nyitás előtt: 6 mA. (Gondoljunk arra, hogy a tekercsben az áramerősség nem változhat ugrásszerűen.) A tekercsben indukált ellenfeszültség kezdetben ekkora áramot vezet át az R_1 -et és R_2 -t tartalmazó hurkon, vagyis

$$(\mathcal{E}_L)_0 = IR = (6,0 \text{ mA})(6 \text{ k}\Omega) = 36,0 \text{ V}$$

Az indukált ellenfeszültség polaritása az áram *változását* lassítja: a tekercs alsó vége a felsőhöz képest pozitív, ami „megpróbálja” fenntartani az áramot. (Lásd még a 32C-43 feladatot.)

b) Ennek az áramkörnek az időállandója $L/(R_1+R_2) = 9 \text{ mH}/6 \text{ k}\Omega = 1,5 \mu\text{s}$. Így, a keresett időtartamot a következőképpen lehet kiszámítani:

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}$$

$$\frac{1}{6} = e^{-(R/L)t}$$

$$\ln 6 = \left(\frac{R}{L}\right)t$$

$$t = \left(\frac{L}{R}\right) \ln 6 = (1,5 \mu\text{s}) \ln 6 = 2,69 \mu\text{s}$$

32.9 Az önindukciós tekercs energiája

A tekercsben tárolt energia kiszámításához alkalmazzuk Kirchoff huroktörvényét a 32-21 ábra áramkörére, majd a kapott egyenlet mindkét oldalát szorozzuk meg I -vel és rendezzük át:

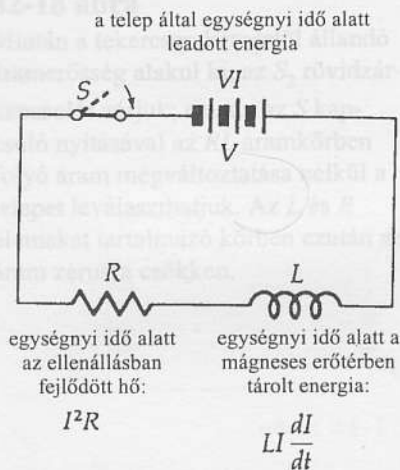
$$\Sigma \mathcal{E} = 0,$$

$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (32-29)$$

$$\mathcal{E}I = I^2R + LI \frac{dI}{dt},$$

ahol $\mathcal{E}I$
 I^2R

a telep által leadott teljesítmény;
időegység alatt az ellenálláson elvesztett
(disszipált) hőenergia;
az energia tárolásának sebessége a tekercsben.



32-21 ábra

A kapcsolót a $t = 0$ időpontban zárjuk. Mialatt az áramerősség a stacionárius értékéhez közelít, a telep által leadott energia egy része a tekercsben tárolódik, a másik része pedig az R ellenálláson hővé alakul.

Jelöljük U_L -lel a tekercsben tárolt energiát. Így

$$\frac{dU_L}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

vagy

$$dU_L = LI dI$$

Mínt hogy $U_L = 0$, ha $I = 0$, integrálással azt kapjuk, hogy

$$\text{A tekercsben tárolt energia: } U_L = \frac{1}{2} LI^2 \quad (32-30)$$

Figyeljük meg a tekercsben és a kondenzátorban tárolt energiát megadó összefüggések alakjának hasonlóságát:

$$U_C = \frac{1}{2} CV^2 \quad (32-31)$$

A kondenzátor és tekercs energiátároló tulajdonsága között az a fontos különbség van: hogy ha a feltöltött kondenzátort kivesszük az áramkörből benne tárolt energiát megtartja, a tekercsek csak addig tárolnak energiát, amíg rajtuk áram folyik át.

Emlékezzünk vissza arra, hogy a kondenzátorban tárolt energia $U_C = \frac{1}{2} CV^2$ kifejezéséből kiindulva vezettük le az elektromos erőtér energiasűrűségét megadó

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (32-32)$$

kifejezést. A mágneses erőtér esetében hasonló eljárást követünk. Tekintsünk egy toroidtekercset, amelyet (formálisan) hosszú szolenoidból készíthetünk úgy, hogy a végeit összehajlítjuk és összeillesztjük (32-22 ábra). A tekercs menetei legyenek nagyon szorosan csévélve, így a mágneses erőtér túlnyomó része az ismert térfogatú tórusz belsejében van. Ha a tórusz sugarához képest az egyes menetek sugara elhanyagolhatóan kicsi (vagyis a (31-6) képletben R a tekercs belsejében állandónak tekinthető), a tóruszon belül B mágneses indukcióvektor homogénnek tekinthető és nagysága ugyanakkora, mint a hosszú egyenes szolenoid belsejében. A (31-6) szerint:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \quad \text{és} \quad B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

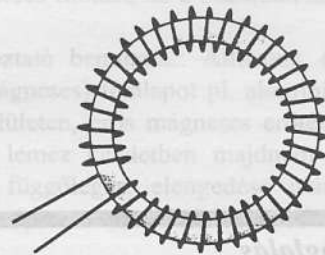
ahol ℓ a tekercshossz (a tórusz kerülete). Az I értékét kifejezve és a fenti értékeket a (32-30) egyenletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \right) \left(\frac{B\ell}{\mu_0 N} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{B^2}{\mu_0} \right) (A\ell)$$

Mínt hogy $A\ell$ a tórusz belsejének térfogata, a mágneses erőtér u_B energiasűrűsége (egységnyi térfogatra jutó energiája):

$$\text{A mágneses tér } u_B \text{ energiasűrűsége} \quad u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad (32-33)$$

Az energiasűrűség egysége 1 joule/m³ (J/m³). Noha az egyszerűség kedvéért a számítás során meghatározott tekercsgeometriát tételeztünk fel, a kapott eredmény általános; bármely mágneses erőtér energiasűrűségére érvényes.



32-22 ábra

A toroidtekercs tóruszalakú magra sűrűn csévéltekercs. Ha a tórusz sugara a tekercs meneteinek sugaránál sokkal nagyobb, a mágneses erőtér a tekercs belsejében nagyjából homogén (ugyanolyan, mint a hosszú, egyenes szolenoidban).



32-20 ábra
A 32-9 példához

Vegyük észre az elektromos erőter energiásűrűségét megadó képlettel való hasonlóságot⁵:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

32-10 PÉLDA

Számítsuk ki az előző fejezet 31-10a ábráján bemutatott permanens mágnes pólusai közötti hézagban tárolt energiát. Tételezzük fel, hogy a pólusok között a mágneses erőter homogén és fluxussűrűsége $B = 0,5\text{T}$. A hézag térfogata 2 cm^3 .

MEGOLDÁS

A (32-33) képlet alapján az u_B energiásűrűség:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{(0,5\text{T})^2}{2(4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m})} = 9,95 \times 10^4 \text{ J/m}^3$$

A V térfogatban tárolt teljes U_B energia:

$$U_B = u_B V = \left(9,95 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}\right) (2,0 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 0,199 \text{ J}$$

Míg az elektromos erőterben tárolt energia kinyerhető, az állandó mágnes által keltett mágneses erőterben tárolt energia kinyerésére eddig még *nem dolgoztak ki eljárást*. Goldoljuk csak meg, mi csoda energiataralékok rejlenek a Föld mágneses erőterében!

Összefoglalás

A Faraday törvény:

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

vagy

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

A Lenz törvény: Zárt hurokban indukált áram olyan irányú, hogy a mágneses erőtere fékezze a létrehozó fluxus változását.

A mozgással indukált feszültség akkor keletkezik, ha vezetőt mozgatunk stacionárius mágneses erőterben.

$$\mathcal{E} = -B\ell v \quad (\text{ha } \mathbf{B}, \ell \text{ és } \mathbf{v} \text{ egymásra kölcsönösen merőlegesek})$$

Az L indukтивitás (öninduktivitásnak is nevezik) az

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

összefüggéssel definiálható.

Egy ℓ hosszúságú, hosszú szolenoid vagy ℓ kerületű toroidtekercs indukтивitása:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \quad (\text{ahol } N \text{ a menetek száma})$$

Az M kölcsönös indukтивitás:

$$\mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt} \quad \text{és} \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

⁵ Az elektromos és mágneses mennyiségekre vonatkozó egyenletek összehasonlításakor észrevehetjük, hogy valahányszor az egyik egyenletben ϵ_0 a számlálóban szerepel, a megfelelő másikban μ_0 a nevezőben jelenik meg és megfordítva.

RL áramkörök: Ha egy áramkör V feszültségforrásból, sorbakötött R ellenállásból és L induktivitású tekercsből áll, az áramerősség változása az idő függvényében:

Bekapcsoláskor :
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t})$$

Kikapcsoláskor :
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-(R/L)t}$$

Egy $\tau_L = L/R$ idő alatt a növekvő áram a végső (maximális) érték ~63%-át éri el; az exponenciálisan csökkenő áram pedig kezdeti értékének ~37%-ára csökken.

Önindukciós tekercsben tárolt energia:

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{joule egységekben})$$

Kérdések

- Hol és milyen irányban repüljön egy repülőgép, hogy a Föld mágneses erőtere a maximális potenciálkülönbséget hozza létre a repülőgép szárnyának két végpontja között és a jobb szárny (pozitív) potenciálja legyen a nagyobb?
- Elképzelhető-e, hogy a töltésektől származó térerősségvonalak zárt hurkot alkotnak?
- Mi a kapcsolat a Lenz törvény és az energiamegmaradás elve között?
- Mágnes északi pólusát körülvevő zárt felületen a mágneses fluxus zérus, vagy attól különbözik? Elektromos dipólus pozitív töltését körülvevő zárt felületen az elektromos fluxus vajon zérus-e?
- A toroidtekercsnek gyakorlatilag csak a tóruszon belül van mágneses erőtere. Mindazonáltal kicsiny mágneses erőter elkerülhetetlenül kialakul a toroidon kívül is. Magyarázzuk meg ennek szerkezetét és eredetét.
- Egy légszavaros repülőgép a Föld mágneses erővonalainak mentén repül. a) Van-e a légszavar egyes lapátjainak vége között potenciálkülönbség? b) Van-e a légszavar tengelye és az egyes lapátok vége között potenciálkülönbség?
- Két azonos, téglalap alakú hurok homogén mágneses erőterben, arra merőlegesen helyezkedik el. Az A hurkot ω szögsebességgel a hosszabb oldalakkal párhuzamos szimmetriatengely körül, míg a B hurkot ugyanakkora szögsebességgel a rövidebb oldallal párhuzamos szimmetriatengely körül forgatjuk. Vajon az indukált feszültség csúcserőértéke az A

A mágneses erőter energiasűrűsége:

$$u_B = \frac{1}{2} \left(\frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{joule/m}^3 \text{ egységekben})$$

Soros RL körökben (állandó feszültségű feszültségforrást feltételezve) a tekercsekre a következők jellemzők:

- A tekercsen átfolyó áram nem változhat ugrásszerűen. Az exponenciális változások sebességét az áramkör L/R időállandója határozza meg.
- Állandósult állapotban az „ideális” tekercsen („tisztá” induktivitáson) a feszültségesés mindig zérus.

- vagy a B hurokban nagyobb (netán egyenlők)? Vajon ugyanez lenne-e a helyes válasz, ha a forgás nem a szimmetriatengely, hanem az egyik oldal körül történne?
- Nagyobb ellenállás választása miért növeli meg az RC körök időállandóját? És miért csökkenti az RL kör időállandóját?
 - Hogyan lehet kiszámítani szigetelt hosszú huzal induktivitását? (Útmutatás: számítsuk ki a huzalon belül a mágneses fluxust, ha a huzalban az áramsűrűség J .)
 - Egy szórakoztató bemutatás: Állítsunk élére egy (nem ferromágneses) fémlapot pl. alumínium lapot vízszintes felületen, erős mágneses erőter jelenlétében. Ha a lemez kezdetben majdnem (de nem tökéletesen) függőleges, elengedése után, lassan (néhány másodperc alatt) dől el. Mi ennek a magyarázata?
 - Hasonlítsuk össze a kondenzátor elektromos erőterében és a szolenoid mágneses erőterében tárolt energia nagyságrendjét, laboratóriumi körülmények között rendelkezésre álló tipikus eszközöket feltételezve.
 - Nagyon kis induktivitású huzalellenállást úgy lehet előállítani, hogy ellenálláshuzalt magra csévélünk fel; a huzal felét az egyik irányban tekerjük, a másik felét pedig ellentétes irányban. Miért van az ilyen ellenállásnak elhanyagolhatóan kicsiny induktivitása?

Feladatok

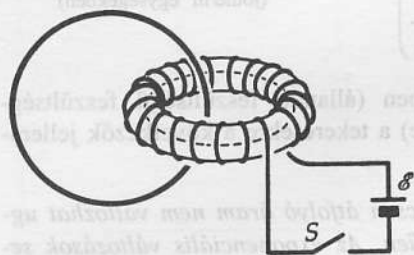
32.2 A Faraday törvény

32.4 A Lenz törvény

32B-1 Egy toroidtekercsben gyűrű van átfűzve (32-23 ábra). Az S kapcsoló zárásakor a toroidon áram kezd folyni. a) Számítsuk ki a gyűrűben indukált feszültséget, ha a toroidon belül a mágneses fluxus $30 \text{ Tm}^2/\text{s}$ sebességgel változik. b) Ideális toroid mágneses erőtere gyakorlatilag teljesen a tórusz belsejébe van lokalizálva,

azaz a karikát a mágneses erőter nem éri. Honnan származik akkor az indukált áram?

32B-2 Rugalmas huzalból készült 20 cm átmérőjű hurok függőlegesen felfelé mutató irányú homogén, $B = 0,7 \text{ T}$ fluxussűrűségű mágneses erőterben vízszintes felületen fekszik. A hurok végpontjait hirtelen szét-



32-23 ábra

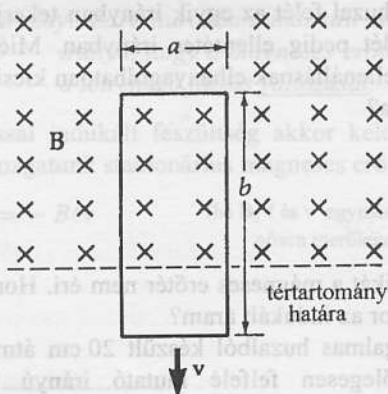
A 32B-1 feladathoz

rántjuk; 0,06 s alatt a hurok területe zérussá válik. a) Számítsuk ki, hogy átlagosan mekkora feszültség indukálódik a hurokban. b) Felülről nézve, a hurok kinyitásakor indukált áram iránya az óramutató járásával azonos, vagy azzal ellentétes irányú?

32B-3 Egy R ellenállású, r sugarú kör alakú huzalhurok a B homogén mágneses erőtér irányára merőleges felületen fekszik. A hurkot gyorsan, t idő alatt 180° -kal átfordítjuk. Számítsuk ki, hogy mekkora átlagos \mathcal{E} feszültség indukálódott ezalatt a hurokban.

32B-4 Egy 70 m fesztávolságú repülőgép vízszintesen, 1000 km/h sebességgel az északi mágneses pólus irányában repül. A repülőgép adott helyzetében a Föld mágneses indukcióvektorának függőleges komponense 2×10^{-5} T. Számítsuk ki a repülőgépszárnyak vége közötti V potenciálkülönbséget. Melyik szárny (pozitív) potenciálja nagyobb? Miért nem lehet ezt a potenciálkülönbséget energiaforrásként felhasználni?

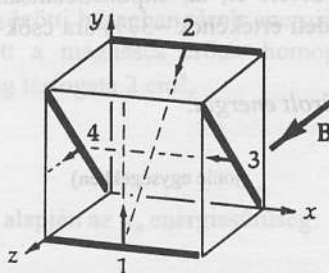
32B-5 Egy m tömegű, R ellenállású és a 32-24 ábrán feltüntetett méretű téglalap alakú hurok a gravitációs térben szabadon esik és éppen kilép egy olyan tartományból, ahol a mágneses erőtér homogén és vízszintes irányú. A hurok síkja merőleges a B mágneses indukcióvektorra. a) A hurokban indukált áram iránya az óramutató járásával azonos vagy ellentétes irányú? b) Meghatározott v sebességgel kilépve a mágneses erőtérből, a hurok gyorsulás nélkül mozog. Mutassuk meg, hogy ennek feltétele: $v = mgR/B^2A^2$.



32-24 ábra

A 32B-5 feladathoz

32B-6 A 32-25 ábrán látható, 50 cm élhosszúságú kocka a z tengely pozitív irányába eső $B = 0,3$ T fluxus-sűrűségű homogén mágneses térben helyezkedik el. A számokkal jelzett négy huzaldarabot a nyilakkal jelzett irányokban, $v = 2$ m/s sebességgel mozgatjuk. a) Számítsuk ki az egyes huzaldarabokban a mozgatással indukált potenciálkülönbségeket. b) Az ábrán pozitív és negatív előjelekkel jelöljük meg az indukált feszültségek polaritását.



32-25 ábra

A 32B-6 feladathoz

32B-7 Egy 30 menetes lapos huzaltekercset hosszú, 4000 menet/m menetsűrűségű szolenoid végéhez illesztünk. A szolenoid és a huzaltekercs tengelye, és sugara azonos $R = 5$ cm. Számítsuk ki, mekkora a szolenoidban az áramerősség változása, ha a dróttekerccsen 2 mV-os feszültség indukálódik.

32.6 Az önindukció

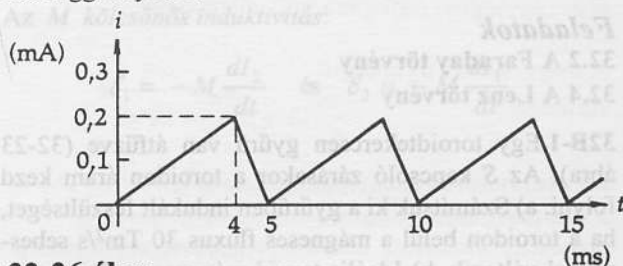
32A-8 Egy 400 menetes tekercsben 12 A/s áramerősség változás hatására 28 mV-os ellenfeszültség indukálódik. Mekkora a tekercs induktivitása?

32A-9 Az L induktivitás és R ellenállás definíciójából kiindulva mutassuk meg, hogy L/R idő dimenziójú.

32A-10 A végek hatását elhanyagolva számítsuk ki egy 39 cm hosszú, 3 cm átmérőjű, 1200 menetes szolenoid induktivitását.

32A-11 A (31-4) egyenlet szerint R sugarú áramvezető hurok középpontjában a mágneses indukcióvektor nagysága $B = \mu_0 I/2R$. Mekkora egy N menetű lapos tekercs induktivitása? (Tételezzük fel, hogy B a hurok síkjában, a hurkon belül mindenütt azonos)

32B-12 Egy 12 mH induktivitású, elhanyagolhatóan kis ellenállású tekercsen áthaladó áram erőssége időben a 32-26 ábrán látható fűrészfog alakú hullám szerint változik. Ábrázoljuk a tekercsen a feszültség változását az idő függvényében.

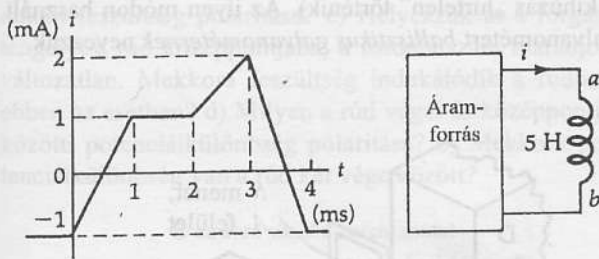


32-26 ábra

A 32B-12 feladathoz

32B-13 Egy 90 mH induktivitású tekercsen áthaladó áram erőssége az $I = I_0 - 6t$ egyenlet szerint függ az időtől (az egyes mennyiségek SI egységben adóttak). Számítsuk ki az indukált feszültséget az a) $t = 1$ s és b) $t = 4$ s időpontban. c) Mikor zérus az indukált feszültség?

32B-14 Egy 5 H induktivitású tekercsen átfolyó áram erőssége a 32-27 ábrán vázolt függvény szerint függ az időtől. Készítsünk ábrát, a konkrét értékek feltüntetésével, amely megadja az a pont potenciálját a b pont potenciáljához viszonyítva, az eltelt idő függvényében. Az ábrán feltüntetettük az áram irányát.



32-27 ábra

A 32B-14 feladathoz

A kölcsönös indukció

32A-15 Egy A keresztmetszetű és ℓ kerületű toroid két külön tekercsből áll: mindkettőt a tórusz teljes kerülete mentén egyenletesen csévelték fel; menetszámuk N_1 és N_2 a) Mekkora az (önállóan használt) tekercsek L_1 és L_2 induktivitása? b) Mekkora a két tekercs M kölcsönös induktivitása? c) Mutassuk meg, hogy $M^2 = L_1 L_2$. (Ez az egyenlet csak akkor teljesül, ha bármelyik tekercs teljes fluxusa egyuttal benne van a másik tekercs belsejében is.)

32A-16 Az A és B tekercs egymáshoz közel helyezkedik el, így kölcsönös induktivitásuk nem hanyagolható el. Ha az A tekercsben az áramerősség változásának sebessége $1,8$ A/s, a B tekercsben indukált feszültség nagysága 24 mV. a) Számítsuk ki a tekercsek kölcsönös induktivitását. b) Mekkora sebességgel változzék a B tekercsben az áramerősség ahhoz, hogy az A tekercsben 30 mV feszültség indukálódjon?

32B-17 Egy ℓ hosszúságú, A keresztmetszetű, N_1 menetszámú hosszú szolenoid közepére szorosan és elektromosan szigetelve egy másik, N_2 menetszámú tekercset csévelnek. Számítsuk ki a szolenoid és a tekercs kölcsönös induktivitását, elhanyagolva a tekercsvégek hatását.

32.8 Az RL áramkörök

32A-18 Egy áramkör a sorba kötött $\mathcal{E} = 10$ V-os feszültségforrásból, az S kapcsolóból, az $R = 50 \Omega$ ellenállásból és az $L = 5$ H induktivitású tekercsből áll. Számítsuk ki azt az időtartamot, ami ahhoz szükséges, hogy az áramerősség elérje a stacionárius állapotnak megfelelő értékének a) felét, illetve b) a 90 %-át.

32B-19 Egy soros RL áramkörben az áram lecsengését a (32-28) egyenlet írja le. a) Számítsuk ki az $I(t)$ függvény kezdeti meredekségét. b) Mutassuk meg, hogy ha az áramerősség csökkenése a kezdeti sebességgel folytatódna (tehát lineárisan, és nem exponenciálisan csökkenne), akkor az áramerősség éppen az időállandónak megfelelő időtartam alatt válna zérussá.

32B-20 Egy áramkör sorba kötött telepből, kapcsolóból és az R ellenállású, 2 H induktivitású tekercsből áll. A kapcsoló zárása után $0,8$ s elteltével az áramerősség a stacionárius állapotnak megfelelő értékének 80%-át éri el. Számítsuk ki R értékét.

32B-21 Igazoljuk behelyettesítéssel, hogy az $I = (\mathcal{E}/R)(1 - e^{-(R/L)t})$ függvény az $\mathcal{E} - IR - LdI/dt = 0$ differenciálegyenlet megoldása.

32.9 Az önindukciós tekercs energiája

32A-22 Számítsuk ki a 44 cm kerületű, 10 cm² keresztmetszetű, 800 menetű toroidtekercsben tárolt energia nagyságát, ha rajta 3 A erősségű áram halad át.

32A-23 Számítsuk ki a 3800 menet/m menetsűrűségű, hosszú szolenoid közepén a mágneses tér energiasűrűségét, ha a szolenoidon áthaladó áram erőssége 4 A. Függ-e az energiasűrűség a menetek sugarától?

32A-24 Egy 60 V-os feszültségforrást sorbakapcsolt 40Ω -os ellenálláshoz és 90 mH induktivitású tekercshez csatlakoztatunk. Számítsuk ki a tekercsben tárolt mágneses energia nagyságát akkor, amikor az áram stacionárius állapotnak megfelelő értékének háromnegyede érte el.

32A-25 Egy 10 V-os telepet 5Ω -os ellenállással és 10 H induktivitású tekercsrel kötünk sorba, és megvárjuk, amíg az áramerősség állandósul. Számítsuk ki a) a telep által leadott teljesítményt; b) az ellenállás által disszipált teljesítményt; c) a tekercsben disszipált teljesítményt; d) a tekercs mágneses erőterében tárolt energiát.

32B-26 A $t = 0$ időpontban $\mathcal{E} = 500$ V-os feszültségforrást kapcsolunk egy tekercsre, melynek ellenállása 30Ω , induktivitása $0,80$ H. a) Számítsuk ki a mágneses erőterben tárolt energiát abban az időpontban, amikor az áramerősség a stacionárius állapotnak megfelelő érték fele; b) A feszültségforrás csatlakoztatása után mennyi idő szükséges ahhoz, hogy az áramerősség ekkora legyen?

További feladatok

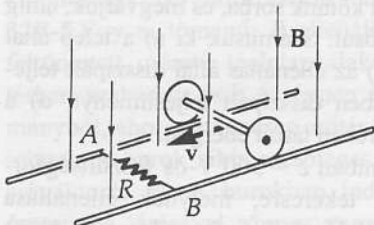
32C-27 Vékony, $0,8$ m hosszú, vízszintes fémrúd a nehézségi erő hatására esni kezd. Esés közben a mágneses kelet-nyugati irányban végig vízszintes marad. A rúd adott helyzetében a Föld B fluxussűrűségű mágneses erőterének nagysága $5 \cdot 10^{-5} T$ és iránya a vízszintessel 70° -os szöget bezárva lefelé mutat. a) Számítsuk ki a rúdban indukált feszültséget 8 m esés után. b) A rúd melyik végén nagyobb a potenciál?

32C-28 Kórházi betegek légzését úgy figyelik meg gépi úton, hogy a beteg mellkasa köré rugalmas, vékony

szíjba ágyazott 200 menetes huzaltekerccset fűznek. Belélegzés során a hurok keresztmetszete megnő. Becsüljük meg a tekercsben átlagosan indukált feszültséget, ha egy belélegzés időtartama mintegy 1,8 s, ezalatt a hurok keresztmetszete 39 cm^2 -tel nő meg és a tekercs síkja a Föld mágneses erőterével (fluxussűrűsége $B = 50 \mu\text{T}$) 28° -os szöget zár be.

32C-29 Egy autóra 1,2 m hosszú függőleges rádió-antenna van felszerelve. Az autó 65 km/h sebességgel vízszintes országúton halad, ahol a Föld mágneses erőterének fluxussűrűsége $50 \mu\text{T}$ és iránya északi, és a vízszintessel 65° -os szöget bezárva lefelé mutat. a) Milyen irányban kell haladnia az autónak, hogy az antennában maximális feszültség indukálódjék (az antenna csúcsa pozitív az aljához képest). b) Számítsuk ki az indukált feszültség nagyságát.

32C-30 A 32-28 ábrán vázoltak szerint 1,5 m széles vasúti tengelyt vízszintes sínen $v = 3 \text{ m/s}$ egyenletes sebességgel tolnak. Az egymással átellenes A és B pontokat $R = 0,4 \Omega$ ellenállással kötik össze. (A kerekek és a sínek között jó kontaktus van, így a sínek, a tengely és az ellenállás zárt áramkört alkotnak. Az áramkörben az egyedüli figyelembe veendő ellenállás R .) A $B = 0,08 \text{ T}$ fluxussűrűségű mágneses erőter homogén, és függőlegesen lefelé irányul. a) Számítsuk ki az ellenálláson átfolyó indukált áramot. b) Mekkora vízszintes F erő szükséges ahhoz, hogy a tengelyt egyenletes mozgásban tartsák? c) Az ellenállás A vagy B végének a potenciálja nagyobb? d) Megfordul-e vajon az R ellenálláson áthaladó áram iránya, miután a tengely átgördül az ellenállás felett?



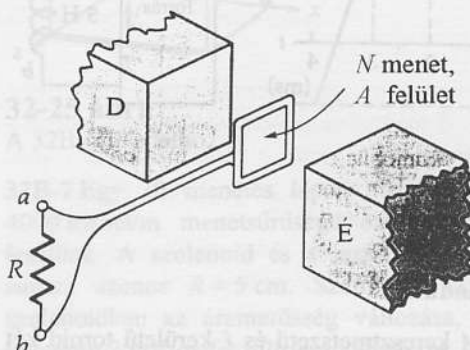
32-28 ábra

A 32C-30 feladathoz

32C-31 A mágneses erőter nagyságának egyik mérési módja az, hogy kicsiny, sűrűn csévélt tekercset helyezünk a mérendő erőterbe, úgy, hogy a tekercs síkja merőleges legyen a mágneses erővonalakra. A tekercset a mágneses erőterből hirtelen eltávolítva a fluxusváltozás következtében feszültség indukálódik benne, ami a külső áramkörben áramlökésként jelentkezik (32-29 ábra). a) A tekercs kihúzásakor milyen irányú áram folyik át az R ellenálláson? b) A Faraday törvény szerint az átlagos indukált feszültség $\mathcal{E} = (-)N\Delta\Phi/\Delta t$ és az indukált áramerősség $I = \mathcal{E}/R$. Számítsuk ki az R ellenálláson átfolyó töltés mennyiségét N , R és Φ függvényében. (Útmutatás: használjuk fel az $I = \Delta Q/\Delta t$ összefüggést.) c) Számítsuk ki a B mágneses indukcióvektort R , N , A

(a tekercs keresztmetszete), és Q (az ellenálláson átfolyt töltés) függvényében.

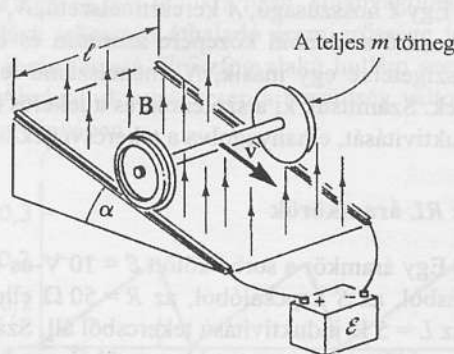
Megjegyzés: A c) megoldásaként kapott egyenlet szerint B arányos Q -val. Legyen R egy viszonylag nagy tehetetlenségű galvanométer ellenállása. Ha a teljes töltés sokkal rövidebb idő alatt folyik át a galvanométeren, mint amennyi a forgórész kilendüléséhez szükséges, akkor azt érdemes mérni, meddig tért ki a galvanométer mutatója. Ez ugyanis a forgórésznek átadott impulzusmomentummal arányos, amely viszont Q -val (és így B -vel) arányos. A mérőtekercs kihúzásához szükséges idő a mérésnek nem lényeges paramétere (mindaddig amíg a kihúzás „hirtelen” történik). Az ilyen módon használt galvanométert *ballisztikus galvanométernek* nevezzük.



32-29 ábra

A 32C-31 feladathoz

32C-32 Fémből készült vasúti tengely lejtőre fektetett sínpáron gördül alá (32-30 ábra). A sínek között felfelé mutató homogén mágneses erőter van. A sínek közé az ábrán feltüntetett polaritással \mathcal{E} feszültségű akkumulátort kapcsolunk. A mágneses erőterben gördülő tengelyben áram indukálódik és a rendszer tulajdonképpen akkutöltőként működik: az akkumulátor pozitív kapcsához töltéseket szállít. Állandó v sebességű mozgás akkor alakul ki, ha dU_g/dt egyenlővé válik az akkumulátorba táplált teljesítménnyel. Adjuk meg a v sebességet \mathcal{E} , B , ℓ és α (a lejtőszög) függvényében.



32-30 ábra

A 32C-32 feladathoz

32C-33 Egy 30 cm átmérőjű, $2\ \Omega$ ellenállású vezetőkarika asztal lapján fekszik, ahol a Föld mágneses terének fluxussűrűsége $48\ \mu\text{T}$ és iránya 65° -os szöveget zár be a vízszintessel. Számítsuk ki, mekkora töltés halad át a karika valamely pontján, ha azt hirtelen 180° -kal átfordítjuk.

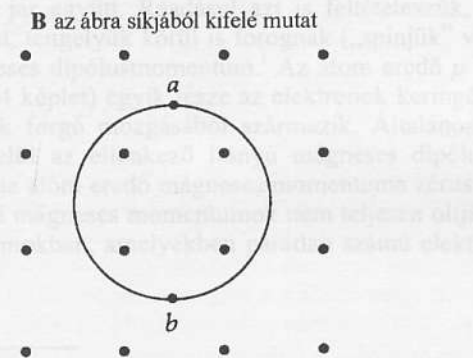
32C-34 Vékony, vízszintes, 40 cm hosszú fémrudat $0,2\ \text{T}$ nagyságú, függőlegesen felfelé mutató fluxussűrűségű mágneses erőterben 6 fordulat/mp sebességgel forgatunk az egyik végén áthaladó függőleges tengely körül. a) Mekkora feszültség indukálódik a rúdban? b) Felülről nézve, a forgatás az óramutató járásával megegyező irányú. Milyen a rúd végei között keletkező indukált feszültség polaritása? c) Helyezzük át a forgástengelyt a rúd középpontjába; a fordulatszám maradjon változatlan. Mekkora feszültség indukálódik a rúdban ebben az esetben? d) Milyen a rúd végei és középpontja közötti potenciálkülönbség polaritása? e) Mekkora potenciálkülönbség van a rúd két vége között?



32-31 ábra

A 32C-35 feladathoz

32C-35 A 32-31 ábrán vázolt áramkör homogén, időben egyenletesen csökkenő fluxussűrűségű mágneses erőterben helyezkedik el. $dB/dt = -k$, ahol k pozitív állandó. Az áramkör egy a sugarú hurok, melyben egy R ellenállás és egy C kapacitású kondenzátor van (az utóbbi lemezei a mágneses erőter irányára merőlegesek). a) Mekkora a kondenzátor maximális Q töltése? b) A kondenzátor melyik lemezének nagyobb a potenciálja? c) Elemezzük, hogy milyen erők okozzák a töltések szétválását.



32-32 ábra

A 32C-36 feladathoz

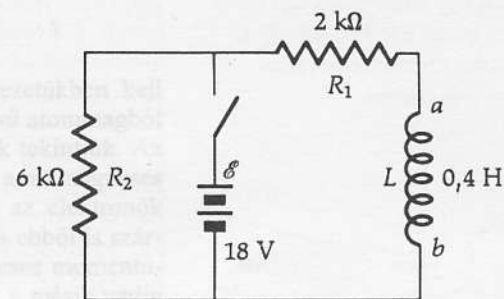
32C-36 A 32-32 ábrán egy r sugarú vezető hurkot láthatunk, amelynek R ellenállása a kerülete mentén egyenletesen oszlik el. A hurok síkja a homogén, időben egyenletes sebességgel csökkenő B fluxussűrűségű mágneses erőter irányára merőleges ($dB/dt = -k$, ahol k pozitív állandó). a) Milyen az indukált áram iránya? b) Mekkora az indukált áram erőssége? c) Melyik pont (a vagy b) a nagyobb potenciálú? d) Elemezzük, milyen erők hozzák létre a hurokban az áramot.

32C-37 A 31B-9 feladattal kapcsolatban: ha az egyenes vezetőben folyó áram $2\ \text{s}$ alatt egyenletesen csökken $10\ \text{A}$ -ról $2\ \text{A}$ -re, és $\ell = 30\ \text{cm}$, akkor mekkora I áramerősség indukálódik a hurokban?

32C-38 Egy A felületű, R ellenállású körvezető egy, a síkjára merőleges homogén mágneses erőterben rögzítetten helyezkedik el. A mágneses erőter B_0 mágneses indukcióvektor a kezdeti értékről exponenciálisan lecsökken (azaz $B = B_0 e^{-\alpha t}$, ahol α egy pozitív állandó).

a) Készítsünk a hurokról vázlatos rajzot, feltüntetve az ábra síkjába befelé mutató irányú mágneses erővonalakat. Jelöljük be az indukált áram irányát. b) Az indukált árammal kapcsolatos erők hatására a hurok kitágulna, összemenne, vagy a hurok méretére ezek nem hatnak? c) Legyen Q a hurok egy tetszőleges pontján áthaladó töltés mennyisége B csökkenése során. Vezessük le, hogyan függ Q a következő mennyiségektől: B, A, R, α . d) Határozzuk meg, hogyan függ ugyanezen mennyiségektől a hurokban disszipált energia B csökkenése során.

32C-39 Tekintsünk két, azonos tengelyű hosszú szolenoidot (az egyik szolenoid a másik belsejében van). A belső szolenoid sugara R_1 , menetsűrűsége n_1 menet/méter; a külső sugara R_2 , menetsűrűsége n_2 menet/méter. Mutassuk meg, hogy hosszegységenként a kölcsönös induktivitás $(M/\ell) = \mu_0 \pi n_1 n_2 R_1^2$.



32-33 ábra

A 32C-40 feladathoz

32C-40 A 32-33 ábra áramkörében lévő kapcsolót zárjuk és megvárjuk, amíg az áramerősségek állandósulnak. Ezután a kapcsolót nyitjuk; ennek pillanata legyen $t = 0$. a) Számítsuk ki az L tekercsben indukálódó \mathcal{E}_0 feszültséget közvetlenül a kapcsoló nyitása után. A tekercs melyik vége pozitívabb potenciálú, a vagy b ? b) Vázoljuk fel az R_1 és R_2 ellenállásokon átfolyó áram

időtől való függését a $t < 0$ és $t > 0$ időtartományban (a stacionárius áramerősségeket válasszuk pozitív előjelűeknek). c) A kapcsoló nyitása után mennyi idő elteltével csökken az R_2 ellenálláson átfolyó áram erőssége 2 mA-re?

32C-41 A sorba kapcsolt L_1 és L_2 tekercsek egymástól elég messze helyezkednek el ahhoz hogy mágneses erőterük ne hasson egymásra. a) Mutassuk meg, hogy a két tekercs eredő induktivitása $L_1 + L_2$. b) Mutassuk meg, hogy ha a két tekercs egymáshoz közel helyezkedik el, és kölcsönös induktivitásuk M , az eredő induktivitás $L_1 + L_2 \pm 2M$. Magyarázzuk meg, mit jelent a „ \pm ” jel?

32C-42 Az $\mathcal{E}_L = -L(dI/dt)$ egyenletet felhasználva mutassuk meg, hogy a 32-9 példában a tekercsben indukálódott ellenfeszültség, közvetlenül a kapcsoló nyitása után, 36,0 V.

32C-43 Mutassuk meg, hogy a (32-27) differenciálegyenlet megoldása a (32-28) függvény. Készítsünk áramköri rajzot, feltüntetve a polarításokat az R és L elemeknél, mialatt az áramerősség csökken.

32C-44 Egy lapos vezetőtekercs induktivitása 2 H; ellenállása 40 Ω . A $t = 0$ időpontban $\mathcal{E} = 60$ V-os telepet csatlakoztatunk a tekercshez. Vizsgáljuk meg a tekercs energiaviszonyait egy időállandónyival későbbi időpontban: a) Mekkora teljesítményt ad le a telep? b) Mekkora Joule-hő fejlődik a tekercsben? c) Mekkora az energia tárolásának sebessége a mágneses térben?

32C-45 Egy R sugarú hengeres vezetón I erősségű áram halad át; az áramsűrűség a vezető keresztmetszetén egyenletes. Határozzuk meg a vezető belsejében egységnyi hosszúságú szakaszra jutó mágneses energia nagyságát. (Útmutatás: mekkora a mágneses energia egy ℓ hosszúságú, r ($r < R$) sugarú dr vastagságú hengerpalástban (csőben)? A 31B-13 feladat megoldása is felhasználható.)

32C-46 Oldjuk meg az előző feladatot azzal a változtatással, hogy a J áramsűrűség a henger sugara mentén lineárisan változik, azaz $J = J_0 r$. a) Fejezzük ki a teljes I áramot J_0 és R függvényeként. b) Adjuk meg a vezető belsejében hosszegységenként tárolt mágneses energia nagyságát.



32-29 ábra

A 32C-31 feladat

32C-31 Oldjuk meg az előző feladatot azzal a változtatással, hogy a J áramsűrűség a henger sugara mentén lineárisan változik, azaz $J = J_0 r$. a) Fejezzük ki a teljes I áramot J_0 és R függvényeként. b) Adjuk meg a vezető belsejében hosszegységenként tárolt mágneses energia nagyságát.

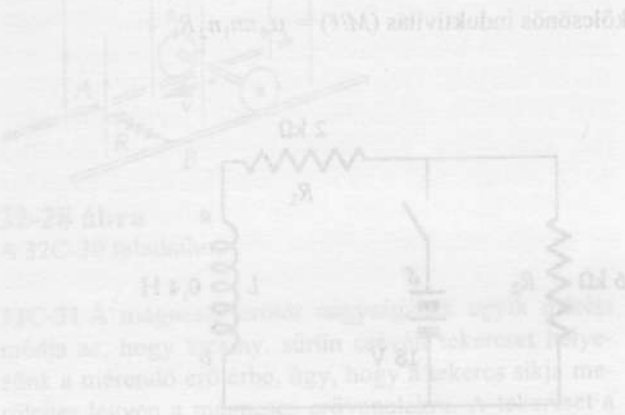


32-30 ábra

A 32C-32 feladat

32-32 ábra

A 32C-30 feladat



32-28 A battery with EMF \mathcal{E} and internal resistance r is connected in series with a resistor R_1 . A parallel combination of a resistor R_2 and an inductor L is connected across the battery terminals. A switch is in series with the inductor branch.

XX
AZ
TU
Az en
mina
33
Edd
zott
lété
szer
pik
má
erő
elm
Mi
má
dia
33
Az
ke
és
el
di
p
m
m
a
a
z
b
u

- 30A-19 A válasz adott.
 30B-21 $\tau = (-1,44 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}) \hat{z}$
 30B-23 $\mu = Iab \cos \theta \hat{x} + Iab \sin \theta \hat{y}$
 30A-25 $\frac{1}{5}$
 30B-27 a) 37,7 mT b) $(4,28 \times 10^{25})/\text{m}^3$
 30A-29 0,438 μW
 30C-31 a) 12,2 MHz b) 35,4 MeV
 c) 24,4 MHz, 70,8 MeV d) 17,7 MeV
 e) 1,60 T f) 70,8 MeV g) Egyik sem
 30C-33 A válasz adott.
 30C-35 qBt/m
 30C-37 IBR
 30C-39 $mg/\pi r B_x$
 30C-41 a) $1,05 \times 10^{-3} \text{ A}$ b) $9,27 \times 10^{-24} \text{ A}\cdot\text{m}^2$
 30C-43 A válasz adott.
 30C-45 A válasz adott.
 30C-47 A válasz adott.
 30C-49 A válasz adott.
 30C-51 A válasz adott.

XXXI. Fejezet

- 31A-1 $1,43^\circ$
 31B-3 $\mu_o NI / 2\sqrt{2}R$
 31A-5 A válasz adott.
 31B-7 $\mu_o I(b-a) / 4ab$ (kifelé mutat)
 31B-9 $\Phi_B = \mu_o I(\ln 3) / 2\pi$
 31B-11 $\mu_o I 2\sqrt{2} / \pi b$
 31A-13 a) $2,20 \times 10^{-5} \text{ Wb}$ b) 5570 menet
 31B-15 $B_{\text{belül}} = \mu_o I r / 2\pi a^2$
 31C-17 A válasz adott.
 31C-19 A válasz adott.
 31C-21 A válasz adott.
 31C-23 a) $B = -(\mu_o I a / \pi [z^2 + a^2])$
 b) $\lim_{z \gg a} B = -(\mu_o I a / \pi z^2) \hat{z}$
 31C-25 $2RB_c \text{ tg } \theta / \mu_o N$
 31C-27 a) A/m^3 b) 0 c) $\mu_o k(r^3 - a^3)/3r$
 d) $\mu_o k(b^3 - a^3)/3r$
 31C-29 $-(\mu I / 6\pi a) \hat{x}$ függetlenül y -tól
 31C-31 $\mu_o \sigma \omega R$
 31C-33 $(\mu_o I / 2\pi \omega) \ln(1 + w/d)$
 31C-35 A válasz adott.
 31C-37 $\mu_o NI/l$

XXXII. Fejezet

- 32B-1 30 V az óramutató járása szerint
 32B-3 $\mathcal{E} = \frac{2B\pi r^2}{t}$
 32B-5 A válasz adott.
 32B-7 3,38 A/s

- 32A-9 A válasz adott.
 32A-11 $N\mu_o \pi R/2$
 32B-13 a) 360 mV b) 180 mV c) 3,00 s
 32A-15 a) $\mu_o N_1^2 A/l$ $\mu_o N_2^2 A/l$ b) $\mu_o N_1 N_2 A/l$
 32B-17 $M = \mu_o AN_1 N_2 / l$
 32B-19 a) V/L
 32B-21 A válasz adott.
 32A-23 $145 \text{ J}/\text{m}^3$
 32B-25 a) 20 W b) 20 W c) 0 d) 20 J
 32C-27 a) 0,171 mV b) a keleti végén
 32C-29 b) 0,458 mV
 32C-31 a) $b a$ b) $\Delta Q = N\Delta\Phi/R$ c) $B = QR/NA$
 32C-33 $3,08 \mu\text{C}$
 32C-35 a) $C\pi a^2 k$ b) a felső lemezének
 32C-37 $0,132 \mu\text{A}$
 32C-39 A válasz adott.
 32C-41 A válasz adott.
 32C-43 A válasz adott.
 32C-45 $\mu_o I^2 / 16\pi$
 32C-47 A válasz adott.

XXXIII. Fejezet

- 33A-1 88,6 mA
 33A-3 318 A
 33B-5 A válasz adott.
 33B-7 a) 0,0251 T b) 10,0 A
 33C-9 1,48 mC

XXXIV. Fejezet

- 34A-1 A válasz adott.
 34A-3 A válasz adott.
 34B-5 a) $v = 24,1 \sin 377t$ b) a hurok síkja
 merőleges B -re
 34A-7 b) $3,2 \times 10^{-2} \text{ J}$
 34B-9 b) $v = 8,32 \sin(1000t + 33,7^\circ)$ (SI-ben)
 34B-11 a) 173 Ω b) 8,66 V
 34B-13 A válasz adott.
 34B-15 $i = 2,11 \sin(10^5 t + 71,6^\circ)$
 34A-17 100
 34A-19 46,5 pF-től 419 pF-ig
 34B-21 A válasz adott.
 34A-23 $v = 170 \sin(377t) \text{ V}$
 34A-25 122 W
 34B-27 A válasz adott.
 34B-29 A válasz adott.
 34B-31 b) 141 V c) 36,2 mA d) 109 V
 e) 90,5 V
 34B-33 a) 211 μF b) 979 W
 34B-35 a) 5,00 A b) 2,77 A c) 2,77 A
 34A-37 a) 20,0 V b) 0,660 A
 34B-39 a) $1,82 \times 10^4 \text{ A}$ b) 909 A
 34C-41 b) 82,1 V c) -70,8 V d) 53,1 V
 e) 64,4 V