

1. példa. Egy igen nagy kiterjedésű, földelt fémsík felett egy $a = 5$ cm sugarú fémgömb helyezkedik el a levegőben. A gömb középpontja a síktól $h = 1,2$ m távolságban van. A gömb és a fémsík közé $U = 3$ kV egyenfeszültséget kapcsolunk.

a) Mekkora töltés halmozódik fel a fémgömbön? (3 pont)

A kis sugarú közelítés alkalmazható. A földelt fémsík potenciálja legyen 0. A ponttöltések potenciál-függvényéből a gömb potenciálja, egyben az U feszültség:

$$\Phi_1 = U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2h} \right) \quad (2 \text{ p})$$

(ha $1/a - 1/(2h)$ helyett csak $1/a$ -val számol, akkor a $h \gg a$ indoklás esetén 1 pont adható)

ebből kiszámítható a töltés: $Q = 17,04$ nC (1 p)

b) Határozza meg a gömb és a fémsík közötti kapacitást. (2 pont)

Az előző kérdés eredményének felhasználásával $C_{10} = \frac{Q}{U} = 5,68$ pF (2 p)
 (akkor is jár 2p, ha az a)-ban hibásan számolta a töltést)

A továbbiakban tételezze fel, hogy a gömb töltése $Q = 50$ pC. (Ez *nem* a fentebb megadott feszültséghez tartozik.)

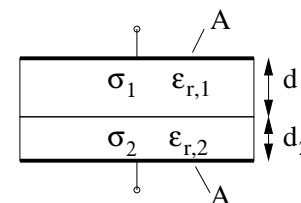
c) Adja meg az elektromos térerősség nagyságát abban a pontban, amely a fémsíktól és a gömb középpontjától egyaránt $h/2$ távolságban van. (3 pont)

$$|E| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(h/2)^2} + \frac{1}{(3h/2)^2} \right) = 1,39 \text{ V/m} \quad (3 \text{ p})$$

d) Mekkora elektrosztatikus erő hat a gömbre? (2 pont)

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(2h)^2} = 3,90 \text{ pN} \quad (2 \text{ p})$$

2. példa. Egy keresztirányban rétegzett síkkondenzátor nem ideális dielektrikumának fajlagos vezetőképessége $\sigma_1 = 3$ pS/m ill. $\sigma_2 = 5$ pS/m, dielektromos állandója $\epsilon_{r,1} = 4,5$ illetve $\epsilon_{r,2} = 2,5$. A kondenzátor lemezei közé $U_{12} = 10$ kV egyenfeszültséget kapcsolunk. Méretek: $d_1 = 8$ mm, $d_2 = 5$ mm, az egyes lemezek dielektrikum felőli oldalának felszíne: $A = 0,2$ m².



a) Mekkora az elektromos térerősség és a térfogati áramsűrűség az egyes rétegekben? (4 pont)

$$E_1\sigma_1 = E_2\sigma_2 \text{ és } E_1d_1 + E_2d_2 = U \quad (2 \text{ p})$$

$$\text{ebből } E_1 = 909 \text{ kV/m, } E_2 = 545 \text{ kV/m, } J_1 = J_2 = 2,73 \mu\text{A/m}^2 \quad (2 \text{ p})$$

b) Mekkora áram folyik át a kondenzátoron, és mekkora a lemezek közötti ellenállás? (2 pont)

$$I = AJ_1 = 545 \text{ nA} \quad (1 \text{ p})$$

$$R = \frac{U}{I} = 18,3 \text{ G}\Omega \quad (1 \text{ p})$$

c) Adja meg az 1-es rétegben összesen disszipálódó teljesítményt, azaz a joule-veszteséget. (2 pont)

$$P_1 = U_1 I = E_1 d_1 I = 3,97 \text{ mW} \quad (2 \text{ p})$$

d) Számítsa ki az elektromos eltolás vektorát a egyes rétegekben, és adja meg a szigetelők közötti határfelületen kialakuló felületi töltéssűrűséget. (2 pont)

$$D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r,1} E_1 = 36,2 \mu\text{C/m}^2,$$

$$D_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r,2} E_2 = 12,1 \mu\text{C/m}^2 \quad (1 \text{ p})$$

$$\sigma = D_2 - D_1 = -24,1 \mu\text{C/m}^2 \quad (1 \text{ p})$$

Kis példák. (Minden helyes válasz 2 pontot ér. A végeredményt írja fel a feladatlapra, a részletszámításokat – ahol szükséges – külön lapon mellékelje.)

A helyes és teljes alapegyenletekre 1 pont, a numerikusan jó eredményre további 1 pont adható.

1. Igen hosszú, párhuzamos, egymástól 0,2 m távolságra lévő vékony vezetőkben 5 A egyenáram folyik ellentétes irányba. A közeg levegő. Számítsa ki az egyik vezető 3 m hosszúságú szakaszára ható mágneses erő nagyságát.

$$F = 75 \mu\text{N}$$

2. Légszigetelésű síkkondenzátor fegyverzeteinek felszíne 0,25 m². A lemezek között az elektromos térerősség lineárisan nő zérusról 15 kV/m értékre, 2 s idő alatt. Mekkora áram folyik eközben a fegyverzetek hozzávezetésein?

$$I = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} A = 16,6 \text{ nA}$$

3. Mekkora erő hat arra a $Q = 5 \text{ nC}$ ponttöltésre, amelynek sebességvektora

$\mathbf{v}(x, y, z) = (4; 3; 0) \text{ m/s}$ és olyan homogén mágneses térben mozog, ahol az indukció $\mathbf{B}(x, y, z) = (0; 0; 12) \text{ mT}$?

$$F = |Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})| = 300 \text{ pN}$$

4. Becsülje meg egy sűrűn tekercselt, légmagos szolenoid öninduktivitását, ha annak hossza 40 cm, sugara 2 cm, menetszáma pedig 300.

$$L \approx \mu_0 \frac{N^2 (a^2 \pi)}{l} = 0,36 \text{ mH}$$

5. Írja fel a Biot-Savart törvényt, és egy ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket.

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{I}{4\pi} \oint_l \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Elemi töltés- és árameloszlások keltette mezők vákuumban:

- Ponttöltés: $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$, $E_r(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$

- Végtelen egyenes vonaltöltés: $\varphi(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$, $E_r(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$

- Végtelen egyenes vonaláram: $B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r}$

Konstansok: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$