

1D 1 ) Feladat (18 pont).      Legyen

$$f(x) = \frac{\ln(ex)}{x}.$$

Vizsgálja meg és vázolja a függvényt! Mennyi a határértéke a végtelenben?

1D 2 ) Feladat (10 pont).      Milyen lokális tulajdonsága van az  $f$  függvénynek az  $x_0 = 2$  pontban, ha  $f(2) = 3$        $f'(2) = -1$        $f''(2) = 0$        $f'''(2) = 1$   
Vázolja a függvényt az  $x_0 = 2$  pont környezetében!

1D 3 ) Feladat (15 pont).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \arcsin 3x\right)^{\frac{1}{5x}} =? \quad \left( \left(1 + \arcsin 3x\right)^{\frac{1}{5x}} \right)' =?$$

NS 4 ) Feladat (17 pont).      Legyen

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$$

rekurzíve adott sorozat. Mutassa meg, hogy  $\langle a_n \rangle$  konvergens és határozza meg az  $\langle a_n \rangle$  határértékét!

NS 5 ) Feladat (17 pont).

Határozza meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek:

$$\begin{aligned} a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+5}\right)^{n+1} & \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+1} \\ c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sin 2n & \quad d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2n}{2n+5} \end{aligned}$$

NΣ 6 ) Feladat (20 pont).

a) Irja le a hányadoskritériumot és ennek alapján mutassa meg, hogy az alábbi sor konvergens:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)3^{4n+1}}{n!}$$

b) Mutassa meg, hogy konvergens, de nem abszolút konvergens:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n+1}{2n^2-1}$$

1f 7 ) Feladat (10 pont).

$$a) \int \frac{1}{(1+9x^2) \arctan 3x} dx =? \quad b) \int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2+8x}} dx =?$$