SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI 2013.03.29. 14.15-15.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető

	1	2	3	4	5	6	7	8	∑
Feladat kód:	H1	G1	E1	A1	F1	C1	B1	D1	
Elérhető pont:	4	4	4	4	4	3	3	4	30
Elért pontok:									

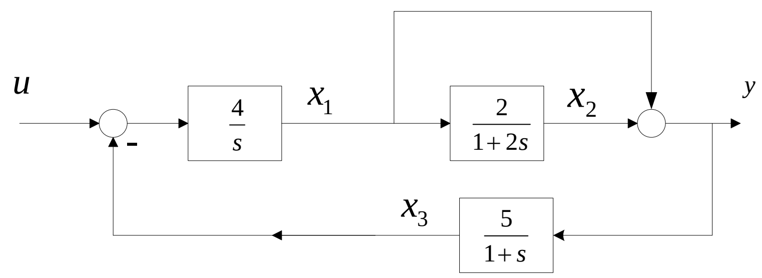
Az egyes feladatokra adott válaszokat az egyes feladatokhoz megjelölt helyen kérjük megadni! Csak az ezeken a helyeken megadott válaszokat fogadjuk el! Válaszait minden esetben megfelelő módon indokolja!

1. Írja fel a robusztus stabilitás feltételét! Egy kapcsolódó ábrán mutassa meg a bizonytalanság és a tervezési tartalék mértékét!

2. Adja meg az $L(s) = \frac{K\,e^{-sT_h}}{s}$ hurokátviteli függvénnyel rendelkező rendszer GM erősítési tartalékát, ha a fázistartalék PM=60°.

GM=

3. Írja fel az alábbi blokkvázlattal adott rendszer állapotteres modelljének egyenleteit az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



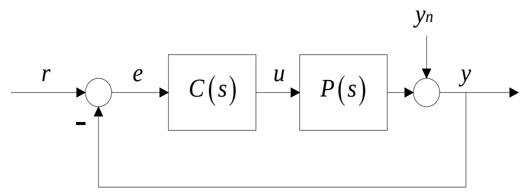
A=

B=

C=

D=

4. Egy zárt szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



b./ Stabilis?		
c./	$y(0) =$	$y(\infty) =$
	$u(0) =$	$u(\infty) =$
d./	$y(0) =$	$y(\infty) =$

a./ $P(s) = \frac{1}{(1+0.1s)(1+0.5s)}$, $C(s) = \frac{(1+2s)(1+0.5s)}{s^2}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!

b./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

c./ $r(t) = 1(t)$ egységugrás alapjel és $y_n(t) = 0$ zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek kezdeti és állandósult értékét!

d./ $r(t) = 0$ alapjel és $y_n(t) = t1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ jel kezdeti és állandósult értékét!

5. Adott egy folyamatnak az alábbi állapotteres leírása:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = [0 \quad 1] \qquad D = 0$$

$a_{12} =$ -0,5 $\qquad b =$ 0,5

$a_{21} =$ 0,5

A folyamat bemenőjele $u(t) = A\sin(\omega t + \pi/f)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét állandósult állapotban, ha $A = 6$, $\omega =$ 0,5 és $f = 6$.

$y_\infty(t) =$

6. Egy merev negatívan visszacsatolt körben a nyitott kör átviteli függvénye

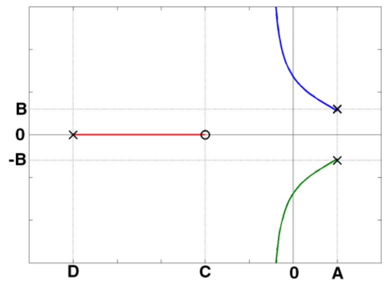
$$L(s) = \frac{1}{(1+sT)^3} \qquad T = 2$$

Adja meg a rendszer erősítési tartalékát. Segítség: $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

Erősítési tartalék:

7. Sorolja fel a zárt szabályozási körökkel szemben támasztott követelményeket!

8. Egy merev negatív visszacsatolásban a $K > 0$ körerősítés függvényében a zárt rendszer gyökhelygörbéje a mellékelt ábrán látható.



A=1 $\qquad$ B=3

C=-2 $\qquad$ D=-5

a.) Adja meg a nyitott kör átviteli függvényét zérus-pólus alakban.

b.) Adja meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét a $K > 0$ körerősítés függvényében

c.) Adja meg a körerősítési paraméter értékének azon tartományát, amire a zárt kör stabil.

$L(s) =$ $\qquad$ Kar. egy.: $\qquad$ $K \in$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI 2013.03.29. 14.15-15.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető

	1	2	3	4	5	6	7	8	∑
Feladat kód:	H1	G2	E1	A1	F2	C2	B1	D2	
Elérhető pont:	4	4	4	4	4	3	3	4	30
Elért pontok:									

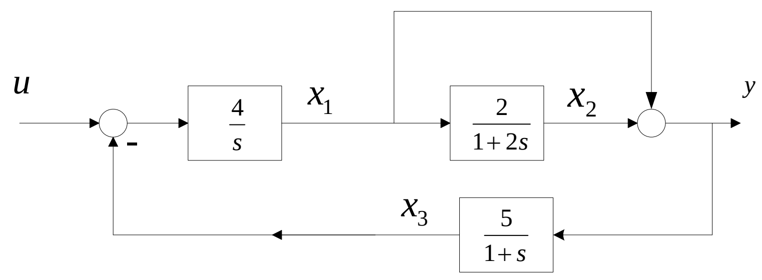
Az egyes feladatokra adott válaszokat az egyes feladatokhoz megjelölt helyen kérjük megadni! Csak az ezeken a helyeken megadott válaszokat fogadjuk el! Válaszait minden esetben megfelelő módon indokolja!

1. Írja fel a robusztus stabilitás feltételét! Egy kapcsolódó ábrán mutassa meg a bizonytalanság és a tervezési tartalék mértékét!

2. Adja meg az $L(s) = \frac{K\, e^{-sT_h}}{s}$ hurokátviteli függvénnyel rendelkező rendszer PM fázistartalékát, ha az erősítési tartalék GM=4.

PM=

3. Írja fel az alábbi blokkvázlattal adott rendszer állapotteres modelljének egyenleteit az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!



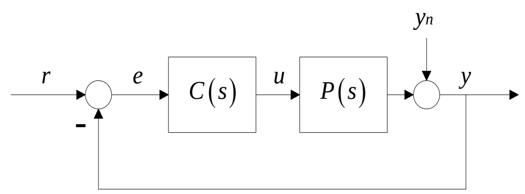
A=

B=

C=

D=

4. Egy zárt szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



b./ Stabilis?		
c./	$y(0) =$	$y(\infty) =$
	$u(0) =$	$u(\infty) =$
d./	$y(0) =$	$y(\infty) =$

a./ $P(s) = \frac{1}{(1+0.1s)(1+0.5s)}$, $C(s) = \frac{(1+2s)(1+0.5s)}{s^2}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!

b./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

c./ $r(t) = 1(t)$ egységugrás alapjel és $y_n(t) = 0$ zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek kezdeti és állandósult értékét!

d./ $r(t) = 0$ alapjel és $y_n(t) = t1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ jel kezdeti és állandósult értékét!

5. Adott egy folyamatnak az alábbi állapotteres leírása:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = [0 \quad 1] \qquad D = 0$$

$a_{12} = 0$

$a_{21} = 1$

$b = 1$

A folyamat bemenőjele $u(t) = A\sin(\omega t + \pi/f)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét állandósult állapotban, ha $A = 2$, $\omega = 1$ és $f = 4$.

$y_\infty(t) =$ ☐

6. Egy merev negatívan visszacsatolt körben a nyitott kör átviteli függvénye

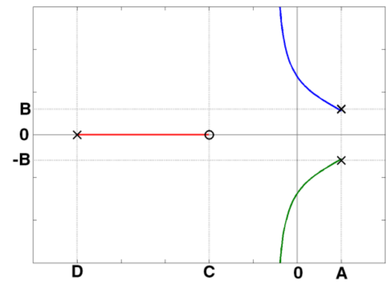
$$L(s) = \frac{1}{(1+sT)^3} \qquad T = 4$$

Adja meg a rendszer erősítési tartalékát. Segítség: $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$.

Erősítési tartalék: ☐

7. Sorolja fel a zárt szabályozási körökkel szemben támasztott követelményeket!

8. Egy merev negatív visszacsatolásban a $K > 0$ körerősítés függvényében a zárt rendszer gyökhelygörbéje a mellékelt ábrán látható.



A=1/2 B=2

C=-1 D=-4

a.) Adja meg a nyitott kör átviteli függvényét zérus-pólus alakban.

b.) Adja meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét a $K > 0$ körerősítés függvényében

c.) Adja meg a körerősítési paraméter értékének azon tartományát, amire a zárt kör stabil.

$L(s) =$ ☐ Kar. egy.: ☐ $K \in$ ☐

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI Megoldás
2013.03.29. 14.15-16.45

Elméleti kérdések: a válaszokat ld. a jegyzetben

B1. Sorolja fel a zárt szabályozási körökkel szemben támasztott követelményeket!

B2. Ismertesse az általánosított NYQUIST stabilitási kritériumot!

B3. Definiálja a fázistartalék és az erősítési tartalék fogalmát!

B4. Mi a modulus tartalék és milyen kapcsolatban van az érzékenységi függvénnyel?

B5. Mikor állapotirányítható egy rendszer? Hogyan fogalmazható meg az állapotirányíthatóság feltétele az irányíthatósági mátrix segítségével?

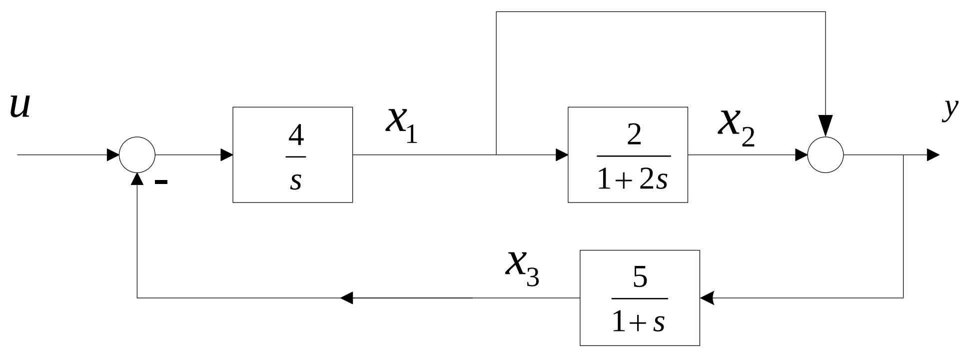
B6. Írja fel az állapotegyenlet megoldását időtartományban illetve a komplex frekvenciatartományban!

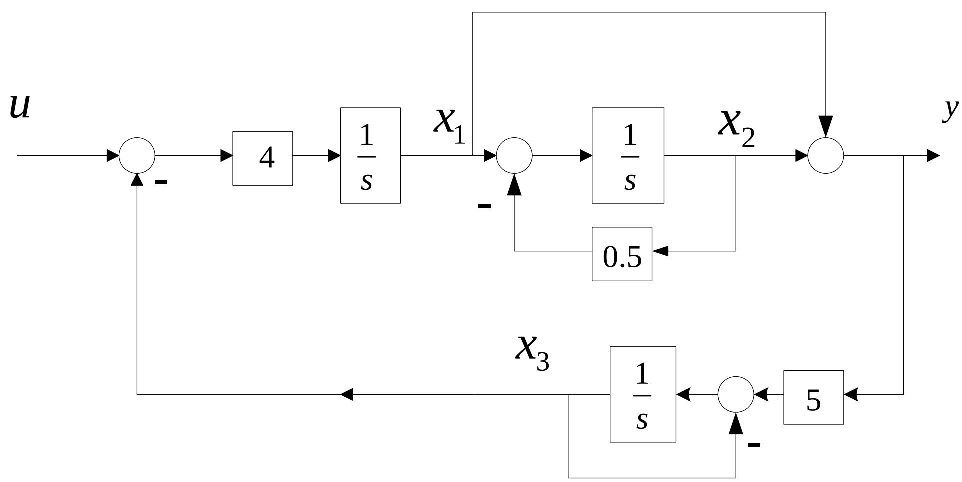
B7. Vázolja fel a $H(s) = A\frac{1+s\tau}{1+sT}$ átviteli függvénnyel adott tag átmeneti függvényét, valamint a NYQUIST diagramjait $\tau < T$ illetve $\tau > T$ esetén!

B8. Milyen szimmetria tulajdonságot mutat a gyökhelygörbe, hány ága van, azok honnan indulnak és hová tartanak, illetve mikor lehet a valós tengely egy szakasza része a gyökhelygörbének?

H1: Írja fel a robusztus stabilitás feltételét! Egy kapcsolódó ábrán mutassa meg a bizonytalanság és a tervezési tartalék mértékét!

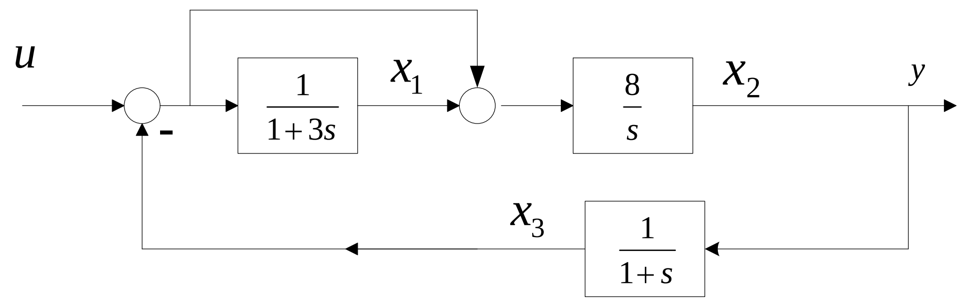
E1. Írja fel az alábbi blokkvázlattal adott rendszer állapotteres modelljének egyenleteit az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!

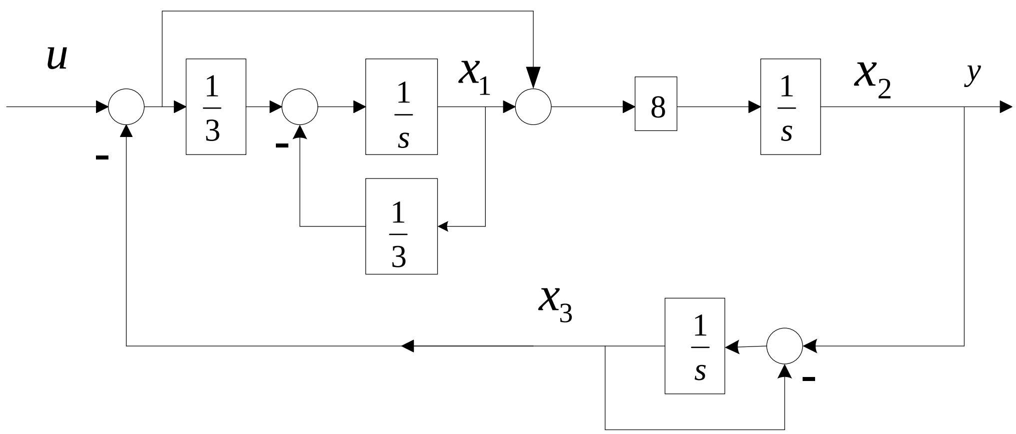




$\dot{x}_1 = -4x_3 + 4u$ $\dot{x}_2 = x_1 - 0.5x_2$ $\dot{x}_3 = 5x_1 + 5x_2 - x_3$ $y = x_1 + x_2$	$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 1 & -0{,}5 & 0 \\ 5 & 5 & -1 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$D = 0$

E2. Írja fel az alábbi blokkvázlattal adott rendszer állapotteres modelljének egyenleteit az ábrán bejelölt állapotváltozókkal!





$\dot{x}_1 = -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{3}u$ $\dot{x}_2 = 8x_1 - 8x_3 + 8u$ $\dot{x}_3 = x_2 - x_3$ $y = x_2$	$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 8 & 0 & -8 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$D = 0$

F1: Egy folyamatot az $\left\{ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d=0} \right\}$ állapotteres modell ír le. A folyamat bemenőjele $u = 6\sin\left(0.5t + 30^\circ\right)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét állandósult állapotban!

$$\left\{ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d=0} \right\}$$

$$P(s) = \mathbf{c}^T \left(s\mathbf{I} + \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{b} + d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 0.5 \\ -0.5 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} s & -0.5 \\ 0.5 & s+1 \end{bmatrix}}{s^2 + s + 0.25} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{0.25}{s^2 + s + 0.25} = \frac{1}{4s^2 + 4s + 1} = \frac{1}{\left(1 + 2s\right)^2}$$

$$P(j\omega) = \frac{1}{\left(2j\omega + 1\right)^2} = \frac{1}{\left(2j\omega + 1\right)^2}$$

$$P(0.5j) = \frac{1}{\left(j + 1\right)^2} = \frac{1}{2} e^{-90^\circ}$$

$$y_{áll} = 3\sin\left(0.5t - 60^\circ\right)$$

F2: Egy folyamatot az $\left\{ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d=0} \right\}$ állapotteres modell ír le. A folyamat bemenőjele $u(t) = 2\sin(t + 45^\circ)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét állandósult állapotban!

$$P(s) = \mathbf{c}^T \left(s\mathbf{I} + \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{b} + d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ -1 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} s & 0 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix}}{s^2 + s} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 + s} = \frac{1}{s(1+s)}$$

$$P(j\omega) = \frac{1}{j\omega(1 + j\omega)}$$

$$P(1j) = \frac{1}{j(1+j)} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-135^\circ} = 0.707 e^{-135^\circ}$$

$$y_\infty(t) = 1.414 \sin(t - 90^\circ)$$

G1: Adja meg az $L(s)=\dfrac{Ke^{-sT_H}}{s}$ hurokátviteli függvénnyel rendelkező rendszer GM erősítési tartalékát, ha a fázistartalék $\varphi_t = 60^\circ$.

$$\omega_c = K \qquad \varphi_t = \pi - \frac{\pi}{2} - \omega_c T_H = \frac{\pi}{2} - KT_H = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad KT_H = \frac{\pi}{6}$$

$$GM = \frac{1}{K/\omega_\pi} \qquad \omega_\pi : \quad -\frac{\pi}{2} - \omega_\pi T_H = -\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_\pi = \frac{\pi}{2T_H}$$

$$GM = \frac{\omega_\pi}{K} = \frac{\pi}{2KT_H} = \frac{\pi}{2\pi/6} = 3$$

G2: Adja meg az $L(s)=\dfrac{Ke^{-sT_H}}{s}$ hurokátviteli függvénnyel rendelkező rendszer GM erősítési tartalékát, ha a fázistartalék $\varphi_t = 45^\circ$.

$$\omega_c = K \qquad \omega_\pi = \frac{\pi}{2T_H}$$

$$GM = \frac{1}{K/\omega_\pi}\frac{\omega_\pi}{K} = \frac{\pi}{2KT_H} = 4 \quad \Rightarrow \quad KT_H = \frac{\pi}{8}$$

$$\varphi_t = \pi - \frac{\pi}{2} - \omega_c T_H = \frac{\pi}{2} - KT_H = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad \Rightarrow \quad \varphi_t = \frac{3\pi}{8}$$

D1: Gyökhelygörbe/stabilitás feladat:

$$\mathrm{L(s)}=\frac{\mathrm{K}\left(\mathrm{s}+2\right)}{\left(\mathrm{s}+5\right)\left(s-1+j3\right)\left(s-1-j3\right)}=\frac{\mathrm{K}\left(\mathrm{s}+2\right)}{\left(\mathrm{s}+5\right)\left(s^2-2s+10\right)}$$

A zárt kör karakterisztikus egyenlete:

$$1+\mathrm{L(s)}=0 \quad \Rightarrow \quad \left(\mathrm{s}+5\right)\left(s^2-2s+10\right)+\mathrm{K}\left(\mathrm{s}+2\right)=0$$

$$s^3+3s^s+Ks+2K+50=0$$

Innen pl. a HURWITZ determináns módszerével a zárt kör stabilitásának feltétele: $K>50$

D2: Gyökhelygörbe/stabilitás feladat:

$$L(s)=\frac{K(s+1)}{(s+4)\left(s-\frac{1}{2}+2i\right)\left(s-\frac{1}{2}-2i\right)}=\frac{K(s+1)}{(s+4)\ (s^2\ -\ s\ +\ 4.25)}$$

A zárt kör karakterisztikus egyenlete:

$$1+L(s)=0 \implies (s+4)(s^2\ -\ s\ +\ 4.25)+K(s+1)=0$$

$$s^3+3s^2+(0.25+K)s-17+K=0$$

$$1+\mathrm{L(s)}=0 \quad \Rightarrow \quad \left(\mathrm{s}+5\right)\left(s^2-2s+10\right)+\mathrm{K}\left(\mathrm{s}+2\right)=0$$

$$s^3+3s^s+Ks+2K+50=0$$

Innen pl. a HURWITZ determináns módszerével a zárt kör stabilitásának feltétele:

$$K\in[8{,}125,\infty)=\left[\frac{3}{2}\left(\frac{17}{3}-0.25\right),\infty\right)$$

C1, C2: Egy merev negatívan visszacsatolt körben a nyitott kör átviteli függvénye

$$L(s) = \frac{1}{(1+sT)^3}$$

Adja meg a rendszer erősítési tartalékát. Segítség: $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \infty$, $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$, $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Először felírjuk az $s = i\omega$ helyettesítéssel megkapható frekvencia átviteli függvényt.

$$L(i\omega) = \frac{1}{(1+i\omega T)^3} = \frac{e^{i0}}{\left(\sqrt{1+\omega^2T^2}e^{i\,\tan^{-1}(\omega T)}\right)^3} = \frac{1}{(1+\omega^2T^2)^{\frac{3}{2}}}e^{-3i\,\tan^{-1}(\omega T)}$$

A Nyquist diagram és a negatív félegyenes metszéspontjának meghatározása:

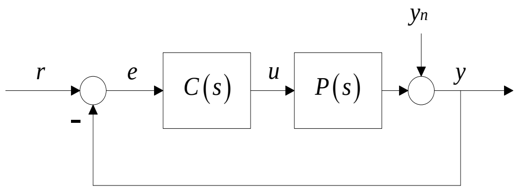
$$-3\tan^{-1}(\omega_g T) = -\pi \;\Rightarrow \omega_g = \frac{1}{T}\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{T}\sqrt{3}$$

Ezen a frekvencián a rendszer erősítése

$$G(\omega_g) = \frac{1}{\left(1+\omega_g^2T^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(1+3)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{8}$$

Ebből következik, hogy az erősítési tartalék értéke $\frac{1}{G(\omega_g)} = 8$.

A1: Egy zárt szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



b./ Stabilis?		
c./	$y(0) =$	$y(\infty) =$
	$u(0) =$	$u(\infty) =$
d./	$y(0) =$	$y(\infty) =$

a./ $P(s)=\dfrac{1}{(1+0.1s)(1+0.5s)}$,

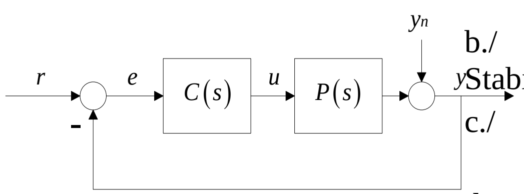
$C(s)=\dfrac{(1+2s)(1+0.5s)}{s^2}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!

b./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

c./ $r(t)=1(t)$ egységugrás alapjel és $y_n(t)=0$ zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek kezdeti és állandósult értékét!

d./ $r(t)=0$ alapjel és $y_n(t)=t1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ jel kezdeti és állandósult értékét!

A2: Egy zárt szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



b./ Stabilis?		
c./	$y(0) =$	$y(\infty) =$
	$u(0) =$	$u(\infty) =$
d./	$y(0) =$	$y(\infty) =$

a./ $P(s)=\dfrac{e^{-s}}{(1+s)(1+5s)}$, $C(s)=\dfrac{1+5s}{5s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!

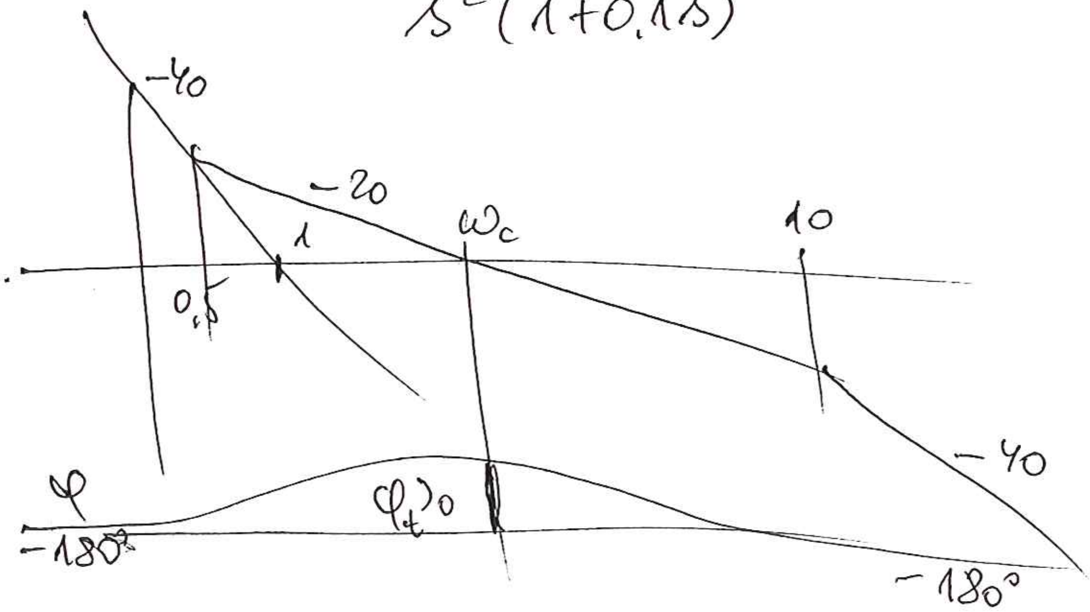
b./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

c./ $r(t)=1(t)$ egységugrás alapjel és $y_n(t)=0$ zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek kezdeti és állandósult értékét!

d./ $r(t)=0$ alapjel és $y_n(t)=t1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ jel kezdeti és állandósult értékét!

1.A Megoldás:

a.) $$L(s) = \frac{1+2s}{s^2(1+0.1s)}$$



b.) Stabilis, $\varphi_t > 0$. Strukturálisan stabilis.

c.) $y(0) = 0$; $y(\infty) = 1$

$u(0) = \cancel{1}$; $u(\infty) = 1$

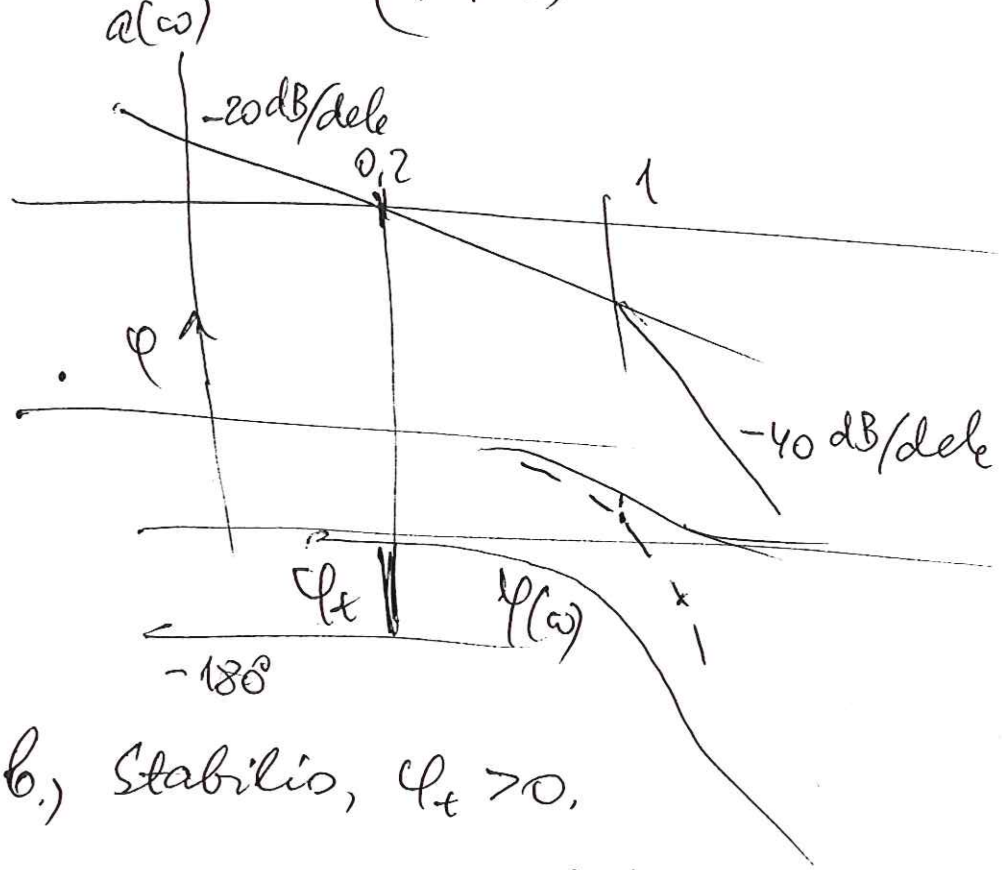
$$\left(\lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \frac{(1+2s)(1+0.5s)}{s^2} = 1 \right)$$

d.) $y(0) = 0$; $y(\infty) = 0$

~~$u(0) = 0$; $u(\infty) =$~~

4B megoldás

a.) $L(s) = \dfrac{e^{-s}}{(1+s)\cdot 5s}$



b.) Stabilis, $\varphi_t > 0$.

c.) $y(0) = 0$; $y(\infty) = 1$

$u(0) = 1$; $u(\infty) = 1$

d.) $y(0) = 0$; $y(\infty) = 5$