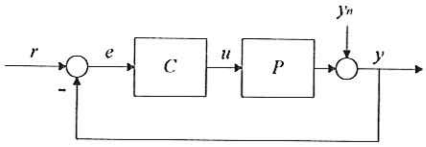
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
2013.10.22. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



A folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{4}{1+2s}$, a szabályozó átviteli függvénye: $C(s)=\dfrac{0.5(1+2s)}{s}$.

Az alapjel egységugrás, $r(t)=1(t)$, a kimeneten nem hat zavarójel.

a./ Határozza meg a zárt szabályozási kör eredő átviteli függvényét az y és az r jelek között!

b./ Határozza meg az y kimenőjel időfüggvényét! Ábrázolja az y jelet! Adja meg $u(0)$ értékét!

c./ Vázolja fel a felnyitott kör BODE diagramját. Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistöbbletet.

d./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja! **[4 pont]**

2. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=\dfrac{A}{s(1+5s)}$. Egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Adja meg azt az A értéket, amelynél a zárt kör egy olyan kéttárolós lengő tag, amelynek csillapítási tényezője $\xi=0.7$! **[4 pont]**

3. Adja meg az állapotirányíthatóság fogalmát és vizsgálatának Kalman-féle feltételét! **[4 pont]**

4. Egy rendszer állapotmátrixai: $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$; $b=\begin{bmatrix}1\\ 0.5\end{bmatrix}$; $c^T=\begin{bmatrix}0.2 & 0.5\end{bmatrix}$; $d=0$.

a./ Adja meg a rendszer átviteli függvényét.

b./ A rendszer bemenőjele $u(t)=\sin t$. Adja meg a kvázistacionárius szinuszos kimenőjel amplitúdóját. **[4 pont]**

5. Adja meg az állapotegyenlet megoldását az időtartományban!

$A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -4\end{bmatrix}$; $x(0)=\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$; $u(t)=0$. Adja meg az állapotváltozók értékét a $t=4$ időpontban! **[3 pont]**

6. Adja meg az érzékenységi függvény és a kiegészítő érzékenységi függvény definícióját! Mit mutat meg az érzékenységi függvény? **[3 pont]**

7. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=k\dfrac{s-1}{(s+1)(s+2)}$. Vázolja fel a gyökhelygörbét! Határozza meg azt a kritikus $k>0$ értéket, ahol a zárt rendszer a stabilitás határhelyzetébe kerül! **[4 pont]**

8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+6s}e^{-4s}$.

Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+3s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

2013. 10. 22.

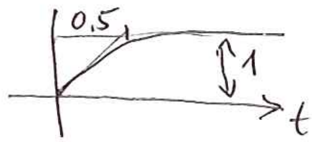
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA
1. ZÁRTHELYI, A CSOPORT
MEGOLDÁS

1.) $P(s) = \dfrac{4}{1+2s}$; $C(s) = \dfrac{0.5(1+2s)}{s}$

$$L(s) = C(s) \cdot P(s) = 2/s$$

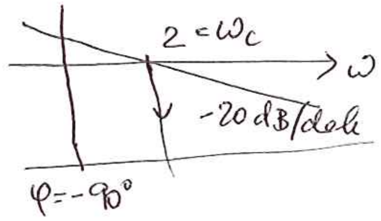
a.) $T(s) = \dfrac{L}{1+L} = \dfrac{2/s}{1+2/s} = \dfrac{2}{2+s} = \dfrac{1}{1+0.5s}$

b.) $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{1}{s(1+0.5s)}\right\} = 1 - e^{-2t}$



$u(0) = 1$

c.)



$\omega_c = 2$

$\varphi_t = 90°$

d.) Stabilis, $\varphi_t > 0$.

2.) $T(s) = \dfrac{L}{1+L} = \dfrac{\dfrac{A}{s(1+5s)}}{1+\dfrac{A}{s(1+5s)}} = \dfrac{A}{5s^2+s+A} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{A}s+\frac{5}{A}s^2}$

$T(s) = \dfrac{1}{1+2\xi Ts+T^2s^2}$; $T = \sqrt{\dfrac{5}{A}}$; $2\xi\sqrt{\dfrac{5}{A}} = \dfrac{1}{A}$;

$\boxed{A = 0.102}$ $\quad A\sqrt{\dfrac{5}{A}} = \dfrac{1}{1.4}$; $A = \dfrac{1}{5 \cdot 1.96}$

3.) Elmozdítható-e valamennyi állapotváltozó egymástól függetlenül a kezdeti állapotából egy előre megadott végállapotba?

$M_c = [\,b \quad Ab \ \dots \ A^{n-1}b\,]$ hipermátrix rangja n kell legyen.

4.) $Y(s) = [\underbrace{c^T(sI-A)^{-1}b + d}]\,U(s)$

a.) $P(s) = [0.2 \quad 0.5] \dfrac{\begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}}{(s+1)(s+2)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \dfrac{0.45s+0.65}{(s+1)(s+2)}$

$$P(s) = \frac{0.45\,(s+1.444)}{(s+1)(s+2)}$$

6.) $P(j\omega) = \dfrac{0.45(j\omega + 1.444)}{(j\omega+1)(j\omega+2)}$

$$|P(j\omega)|_{\omega=1} = \left.\frac{0.45\sqrt{\omega^2+1.444^2}}{\sqrt{\omega^2+1}\cdot\sqrt{\omega^2+4}}\right|_{\omega=1} = \frac{0.45\sqrt{1+2.0864}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}} = 0{,}25$$

5.) $X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau)\,d\tau$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix};\quad X(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix};\quad u(t) = 0$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-4t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \left.\begin{bmatrix} 3e^{-t} \\ e^{-4t} \end{bmatrix}\right|_{t=4} = \begin{bmatrix} 3e^{-4} \\ e^{-16} \end{bmatrix}$$

6.) Érzékenységi fv.

$$S = \frac{1}{1+C\cdot P} = \frac{\Delta T/T}{\Delta P/P}$$

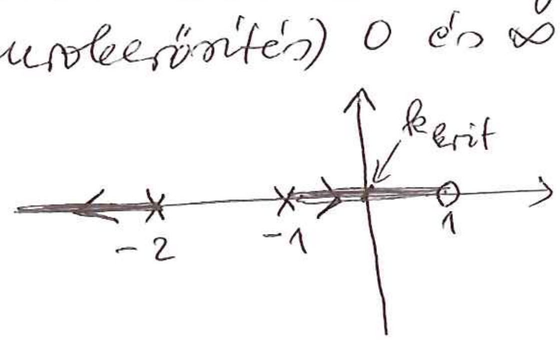
Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja a zárt, sz. eredő átviteli függvényének relatív megváltozását.

Kiegészítő érzékenységi fv.:

$$T = \frac{C\cdot P}{1+C\cdot P}$$

7.) A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusait (a karakterisztikus egyenlet gyökeit) adja meg, miközben a felnyitott kör valamelyik paramétere (tipikusan a hurokerősítés) 0 és ∞ között változik.

$$L(s) = k\,\frac{s-1}{(s+1)(s+2)}$$



Kar. egy.: $1 + L(s) = 0$

$(s+1)(s+2) + ks - k = 0$

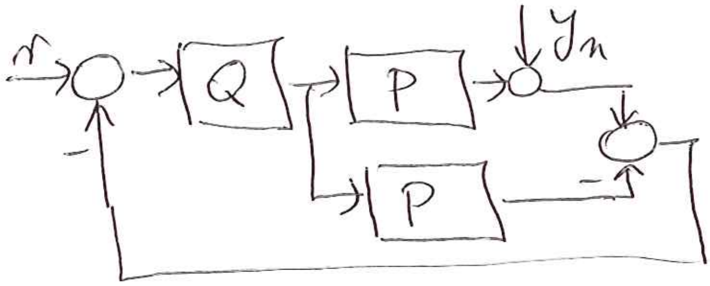
$s^2 + 3s + 2 + ks - k = 0$

$s^2 + (3+k)s + 2 - k = 0$

$-3 < k < 2$

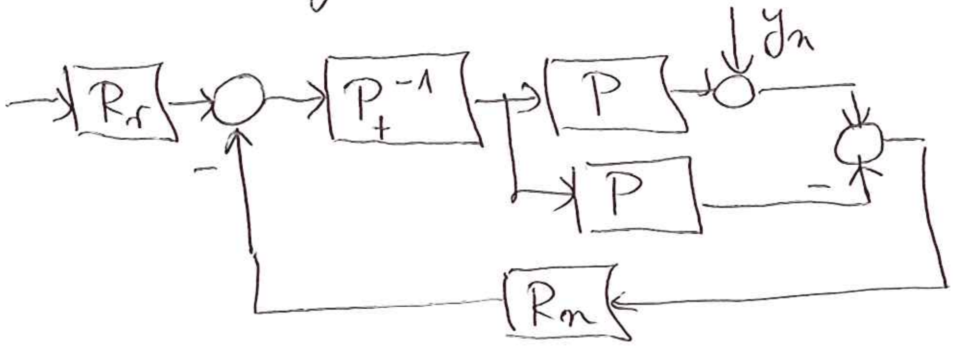
$k_{krit} = 2$

8.) Youla paraméter: $Q = \dfrac{C}{1+CP}$; $P = P_+ P_-$

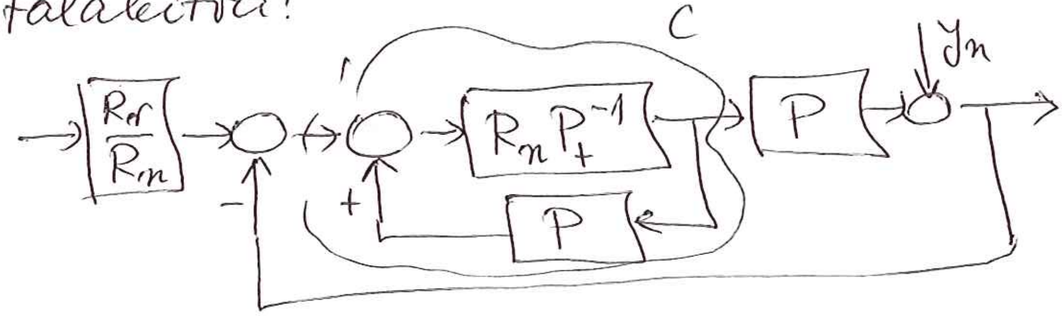


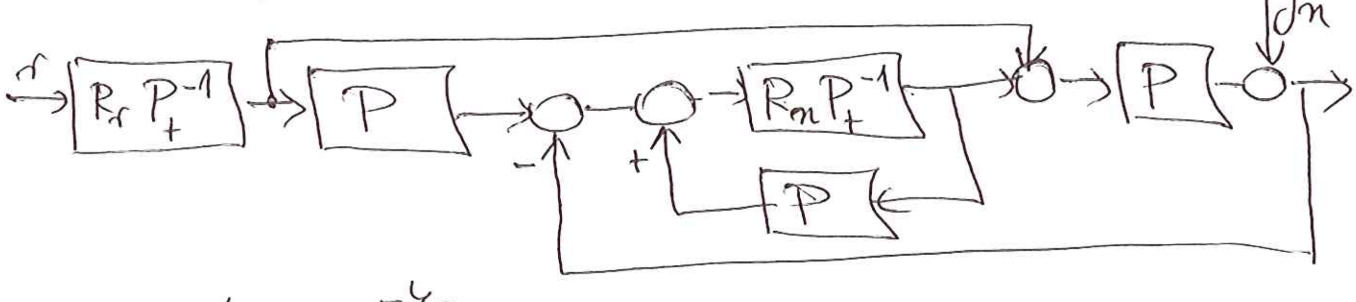
Legyen $Q = P_+^{-1}$

Szűrővel kiegészítve:



Átalakítva:





$$P(s) = \frac{1}{1+6s} e^{-4s} \quad ; \quad R_r = \frac{1}{1+3s} \quad ; \quad R_n = \frac{1}{1+s}$$

$$P_+ = \frac{1}{1+6s}$$

$$R_r P_+^{-1} = \frac{1+6s}{1+3s}$$

$$P_- = e^{-4s}$$

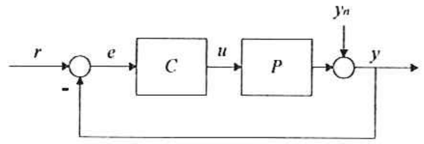
$$R_n P_+^{-1} = \frac{1+6s}{1+s}$$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport

2013.10.22. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ Adja meg a zárt körben az eredő átviteli függvényt az y kimenőjel és az y_n zavarójel között!

b./ $P(s)=\frac{1}{(1+s)(1+10s)}$, $C(s)=\frac{1+10s}{10s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő BODE diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot! Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

c./ Adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, ha $r(t)=1(t)$ és $y_n(t)=0$.

d./ $r(t)\equiv 0$ alapjel és $y_n(t)=t\cdot 1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg a statikus hiba értékét!

[4 pont]

2. Adja meg a kéttárolós lengő tag átviteli függvényét, pólusainak elhelyezkedését a komplex számsíkon, átmeneti függvényének és BODE amplitúdó-körfrekvencia diagramjának jellegét $\xi=0.3$ csillapítási tényező mellett.

[3 pont]

3. Adja meg és ábrázolja a $P(s)=\frac{2}{s}e^{-5s}$ holtidős integráló tag átmeneti függvényét, NYQUIST és BODE diagramját!

Mekkora fázisszög tartozik az $\omega=0.1$ körfrekvenciához? **[4 pont]**

4. Egy folyamat átviteli függvénye $P(s)=\frac{K}{s(1+sT)}$. Bemenőjele $u(t)=\sin(2t)$, a folyamat kimenőjele kvázistacionárius állapotban $y(t)=0.1\sin(2t-135^\circ)$. Határozza meg K és T értékét! **[4 pont]**

5. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\frac{s-5}{(s+1)(s+2)}$ $(K\geq 0)$. Vázolja fel a gyökhelygörbét! Határozza meg azt a kritikus K értéket, ahol a zárt rendszer a stabilitás határhelyzetébe kerül! **[4 pont]**

6. Adja meg a megfigyelhetőség fogalmát és Kalman-féle feltételét!

Vizsgálja meg, hogy az $A=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & -3\end{bmatrix}$ és $c^T=\begin{bmatrix}2 & 2\end{bmatrix}$ paramétermátrixokkal adott állapotegyenletű folyamat megfigyelhető-e ? **[4 pont]**

7. Számítsa ki az $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}$, $\mathbf{c}^T=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}$ és $d=0$ paramétermátrixokkal adott állapotegyenletű folyamat átviteli függvényét ! **[3 pont]**

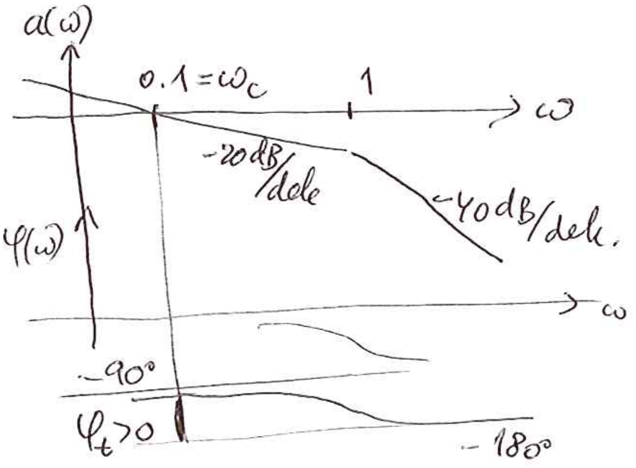
8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját! Legyen a folytonos idejű folyamat átviteli függvénye $P(s)=\frac{1}{1+6s}e^{-12s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\frac{1}{1+3s}$ és $R_n(s)=\frac{1}{1+2s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2013.10.22.
1. ZÁRTHELYI, B CSOPORT
MEGOLDÁS

1.a.) $y/y_n = \dfrac{1}{1+CP}$

b.) $P(s) = \dfrac{1}{(1+s)(1+10s)}$; $C(s) = \dfrac{1+10s}{10s}$

$L = C \cdot P = \dfrac{1}{10s(1+s)}$

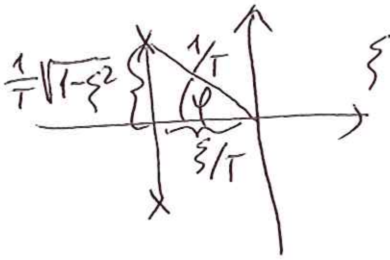


A rendszer strukturálisan stabilis. $\varphi_t > 0$.

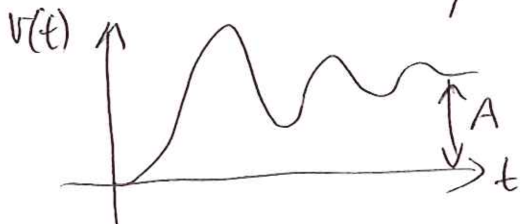
c.) $u(0) = 1$; $u(\infty) = 1$

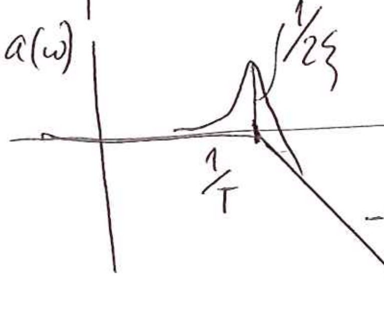
d.) A statikus hiba $1/k = 1/0.1 = 10$

2. $H(s) = \dfrac{A}{1+2\xi Ts+T^2s^2}$



$\xi = \cos\varphi$



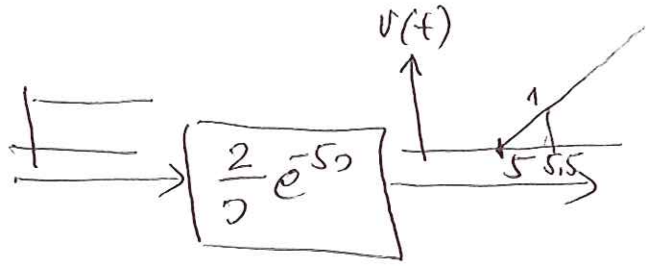


A = 1-re.

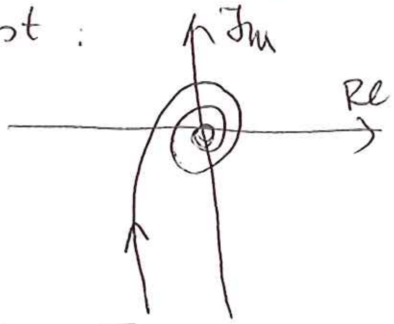
Kiemelés $\omega = \frac{1}{T}$ -nél

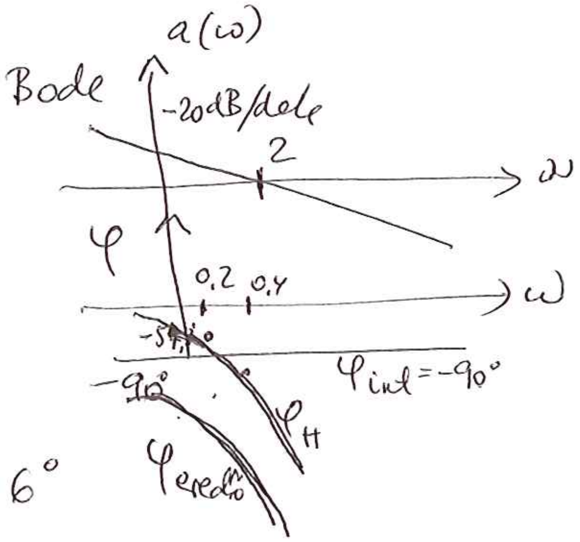
$\dfrac{1}{2\xi}$

3.)



Nyquist :





$$\varphi(\omega = 0{,}1) = -\frac{\pi}{2} - 5 \cdot 0{,}1 \text{ rad} =$$
$$= -2{,}07 \text{ rad} = -118{,}6°$$

4.) $$\left.\frac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2T^2}}\right|_{\omega=2} = 0{,}1$$

$$\frac{K}{2\sqrt{1+4T^2}} = 0{,}1 \quad ; \quad \varphi = -90° - \underbrace{\operatorname{arctg} \omega T}_{-45°} = -135°$$

$$\omega = \frac{1}{T} = 2$$

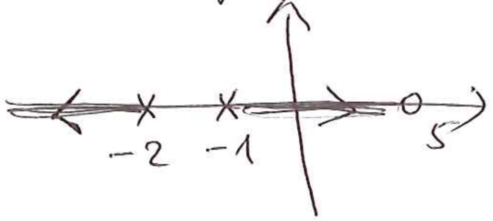
$$\boxed{T = 0{,}5}$$

$$K = 0{,}2\sqrt{1+4\cdot 0{,}25} = 0{,}2\sqrt{2}$$

$$\boxed{K = 0{,}2828}$$

5.) Gyökhelygörbe def.: ld. A., csoportnál.

$$L(s) = K\frac{s-5}{(s+1)(s+2)}$$



Kar. egy. $1 + L(s) = 0$

$$(s+1)(s+2) + Ks - 5K = 0$$
$$s^2 + (3+K)s + 2 - 5K = 0$$

$$\boxed{K < 0{,}4}$$

$$K_{krit} = 0{,}4$$

6.) Megfigyelhetőség: a kimenőjelből vissza tudunk-e következtetni valamennyi állapotváltozó kezdeti értékére egymástól függetlenül.

$$M_o = \begin{bmatrix} c^T \\ c^T A \\ \vdots \\ c^T A^{n-1} \end{bmatrix}$$ rangja n legyen.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}; \quad c^T = [2 \quad 2]$$

$$M_o = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -6 \end{bmatrix} \qquad c^T A = [2 \quad 2]\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = [-2 \quad -6]$$

$$\det M_o = -12 + 4 = -8$$

$$\text{rank } M_o = 2$$ Megfigyelhető.

7.) $$H(s) = c^T (sI - A)^{-1} b + d =$$

$$= [0 \quad 1]\begin{bmatrix} s & -3 \\ 3 & s \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = [0 \quad 1]\frac{\begin{bmatrix} s & 3 \\ -3 & s \end{bmatrix}}{s^2+9}\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$H(s) = [0 \quad 1]\begin{bmatrix} -6 \\ -2s \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2+9} = \frac{-2s}{s^2+9}$$

8.) Ld. A 8.

$$P(s) = \frac{1}{1+6s} e^{-12s}; \quad P_+ = \frac{1}{1+6s}; \quad P_- = e^{-12s}$$

$$R_r = \frac{1}{1+3s}; \quad R_n = \frac{1}{1+2s}.$$

$$R_r P_+^{-1} = \frac{1+6s}{1+3s}; \quad R_n P_+^{-1} = \frac{1+6s}{1+2s}.$$