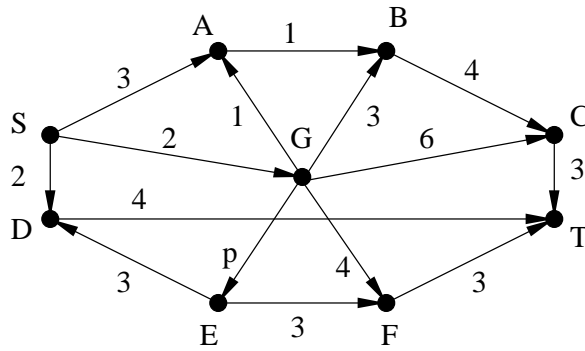
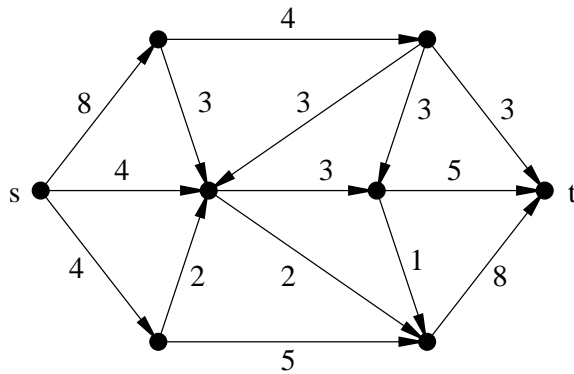


**Bevezetés a számításméletbe II.**  
**Vizsgázárthelyi feladatok**  
 2001. május 24.

1. Legyen  $G$  a  $V = \{p_1, p_2, \dots, p_{2001}\}$  ponthalmazon egy olyan egyszerű gráf, amelyben a  $\{p_i, p_j\} \in E$  pontosan akkor teljesül, ha  $|i - j| \leq 2$ .
  - a) Van-e  $G$ -ben Euler-kör vagy Euler-út?
  - b) Van-e  $G$ -ben Hamilton-kör vagy Hamilton-út?
2. Legyen  $V = \{1, 2, \dots, 74\}$  a  $H$  gráf ponthalmaza, az  $i$  és  $j$  pontok között akkor mejen él, ha  $i + j$  és  $74$  relatív prímek. Határozzuk meg a  $\chi(H), \alpha(H), \nu(H), \rho(H), r(H)$  értékeket!
3. Állapítsuk meg, hogy a  $p$  paraméter függvényében mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



4. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamat!



5. Bizonyítsuk be, hogy ha a  $k$ -szorosán pontösszefüggő  $G$  gráf egy élet elhagyjuk, akkor a kapott  $G'$  gráf  $(k - 1)$ -szeresen pontösszefüggő lesz.
6. Legyen  $a$  páratlan,  $b$  pedig páros szám. Igazoljuk, hogy ha  $a^2 + b^2$  négyzetszám, akkor  $b$  osztható négygyel!
7. Oldjuk meg a  $2001x \equiv 3 \pmod{12}$  kongruenciát!
8. A 2001 rendű  $G$  csoportnak  $H$  egy 69 rendű részcsoportja. Bizonyítsuk be, hogy ha  $H$  normálosztó  $G$ -ben, akkor a  $G/H$  faktorcsoport kommutatív!