

Bevezetés a számításelméletbe II.

Pótzárthelyi feladatok

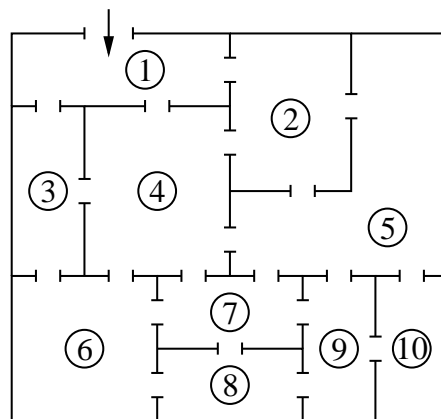
2003. május 13.

1. Legyenek egy $4k$ csúcsú kör pontjai (a körüljárás sorrendjében) v_1, v_2, \dots, v_{4k} . Vegyünk fel két új pontot, amelyek közül az egyiket a $v_4, v_8, v_{12}, \dots, v_{4k}$ csúcsokkal, a másikat a $v_2, v_6, v_{10}, \dots, v_{4k-2}$ csúcsokkal kössük össze. Jelölje az így kapott $(4k + 2)$ csúcsú) gráfot G .

a) Van-e G -ben Hamilton-kör?

b) Van-e G -ben Hamilton-út?

2. Az ábrán egy királyi palota alaprajza látható. A király minden nap a nyíllal jelölt bejáraton lép be a palotába, majd a trónterembe megy. A fejébe veszi, hogy ezt úgy szeretné megtenni, hogy közben minden ajtón pontosan egyszer megy át; de ez sosem sikerül neki. Az udvari bölcs javaslatára ezért befalaztatja az egyik ajtót. (Az ábra az eredeti állapotot mutatja.) Ezután a király már tud úgy sétálni a trónterembe, hogy minden ajtón egyszer megy át. Melyik a trónterem és melyik ajtó befalazását javasolta a bölcs?



3. Határozzuk meg az összes olyan n csúcsú, egyszerű G gráfot, amelyre $\chi(G) = 3$, de bárhogy hagyunk el G -ből egy csúcsot (az élével együtt), a kapott G' gráfra $\chi(G') = 2$!

4. Egy szabályos nyolcszögbe húzzuk be az összes legrövidebb átlóját. Mennyi az így kapott (8 csúcsú, 16 élű) gráf élkromatikus száma?

5. A $2k + 1$ pontú, egyszerű G gráfban minden pont foka legalább $k + 1$. Mennyi $\nu(G)$, a független élek maximális számának értéke?

6. A G irányított gráf csúcsai legyenek az $1, 2, \dots, 2k$ egész számok. Az a számból akkor vezessen egy irányított él b -be, ha $a < b$. Az a -ból b -be vezető él kapacitása legyen 1, ha a páratlan és legyen 2, ha a páros. Mennyi az így kapott hálózatban az 1-ből $2k$ -ba vezető maximális folyam értéke?

7. Legyen $H = \{1, 2, \dots, 2003\}$. Legyen x az a maximális szám, ahány H -beli szám kiválasztható úgy, hogy bármelyik két kiválasztott szám összegének utolsó számjegye sohasem 7. Legyen y az a minimális szám, ahány H -beli számpár kiválasztásával elérhető, hogy minden H -beli szám bekerül legalább egy számpárba, és mindegyik számpár tagjai összegének utolsó számjegye 7. Bizonyítsuk be, hogy $x = y$.

8. Mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő és mik a kritikus részfeladatok az alábbi PERT diagramon?

