$\dot{x} = Ax + Bu$

$y = Cx$

$M_c = [B \ \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$

$L = \mathrm{Span}\{B, AB, \dots, A^{n-1}B\}$

teljesirányíthatóság : $L = R^n \Longleftrightarrow \mathrm{rank}\ M_c = n = \dim x$

irányíthatósági lépcsős alak

$u = -Kx$

$(\tau_1, x_1) \rightarrow (\tau_2, 0) \rightarrow (\tau_3, x_2) \,|\, \tau_3$

$\tau_3 = \tau_1 + \varepsilon$

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

teljes megfigyelhetőség : $\mathrm{rank}\ M_o = n = \dim x$

$(A, C)_I$ megf. duális $(A^T, C^T)_{II}$ irányíthatósága

$$M_{cII} = [C^T, A^TC^T, \dots, (A^T)^{n-1}C^T]$$

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = F\hat{x} + Gy + Hu$$

<u>PólusáthelyezésÁllapotVisszacsatolással</u> (Ez már az új anyag)

szakasz : $\dot{x} = Ax + Bu$

ÁV: $u = -Kx$

ZR: $\dot{x} = Ax + B(-Kx) = (A - BK)x$

$\varphi_c(s) = \det(sI - (A - BK))$, $K = ?$

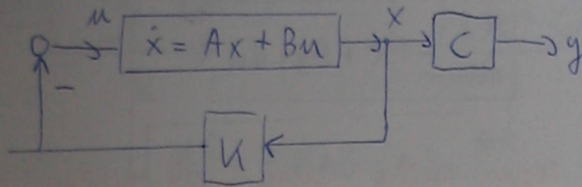
SISO esetben a megoldás: Ackermann-képlet

$K = (0 \dots 0 1) M_c^{-1} \varphi_c(A)$

$$(A, B) \xrightarrow[M_c]{\varphi_c(s)} K$$

SISO esetben az állapot visszacsatolás egy sorvektor.

Ackermann képlet csak SISO-ra igaz, MIMO-ra nem.



x becslése: $\hat{x}$

AM (áll. megfigyelő): $\dfrac{d\hat{x}}{dt} = F\hat{x} + Gy + Hu$

$\hat{x}(t) \to x(t)$

$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ becslési hiba $\to 0$

$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - F\hat{x} - G\overset{Cx}{y} - Hu + (Fx - Fx)$

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{(A - GC - F)}_{\text{Legyen nulla:}}x + (B - H)u + F\underbrace{(x - \hat{x})}_{\tilde{x}}$$

(1) $F = A - GC$

(2) $H = B$

(3) $\dot{\tilde{x}} = F\tilde{x}$ stabil és gyors

$\varphi_0(s) = \det(sI - F) = \det(sI - (A - GC)) = \det(sI - (A^T - C^TG^T))$

Innen G^T meghatározható, majd G is. $F = A - GC$, $H = B$

$$(A, C)_I \to (A^T, C^T)_{II} \xrightarrow[M_{cII}]{\varphi_0(s)} K_{II} \to G = K_{II}^T$$

$F = A - GC$

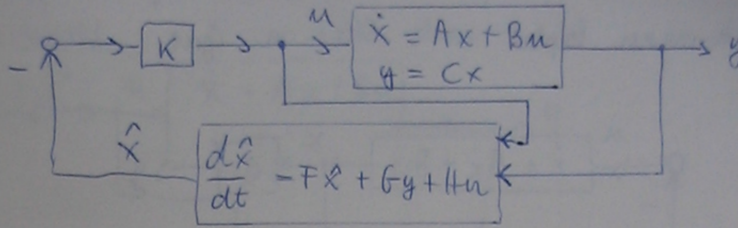
$H = B$

Probléma megoldása: SISO esetben: Ackermann-képlettel

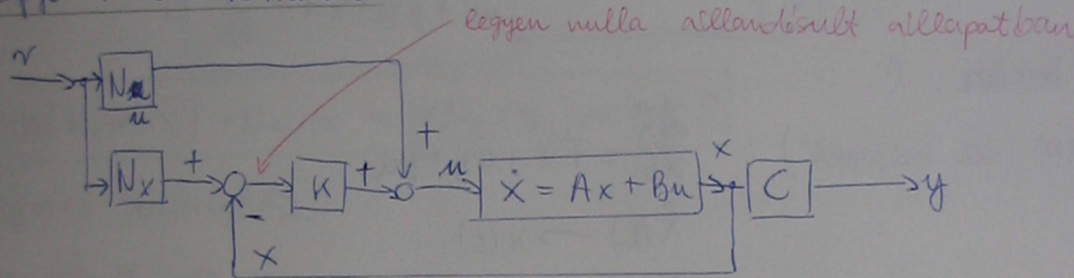
$K_{II} = (0 \ldots 0\,1)\, M_{cII}^{-1}\, \varphi_0(A^T)$

$u = -K\hat{x}$

A rendszer sémája:



Alappjel miatti korrekció



$N_x \cdot r = x_\infty \Rightarrow y_\infty = Cx_\infty = \boxed{CN_x \cdot r = r} \Rightarrow CN_x = I_m$

$N_u \cdot r = u_\infty$

$y_\infty = r$

$\underbrace{\dot{x}_\infty}_{0} = Ax_\infty + Bu_\infty = 0 = AN_x r + BN_u r =$

$= \underbrace{(AN_x + BN_u)}_{\emptyset} r$

$AN_x + BN_u = 0_{n \times r} = 0_{n \times m}$

$(r = \dim u = \dim y = m)$

$CN_x = I_m$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0_{m\times n} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N_x \\ N_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0_{m\times n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{pmatrix}$$

SISO: $\begin{pmatrix} 0_{n\times 1} \\ 1 \end{pmatrix}$

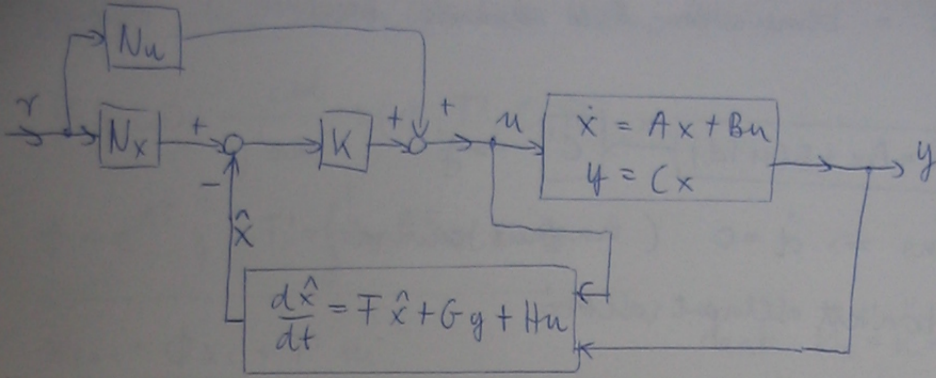
SISO: $N_x r = x_\infty$ vektor

r skalár

$N_x \in R^n$ vektor (oszlopvektor)

skalár $N_u r = u_\infty$ skalár

$N_u \in R^1$ skalár



$$\boxed{u = K(N_x r - \hat{x}) + N_u \cdot r = (KN_x + N_u)\, r + K\hat{x}}$$

Integráló szabályozás

$$x_I = \int y\, dt \implies \dot{x}_I = y = Cx$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ x_I \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x \\ x_I \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x \\ x_I \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \\ y &= \tilde{C}\tilde{x} \end{aligned}$$

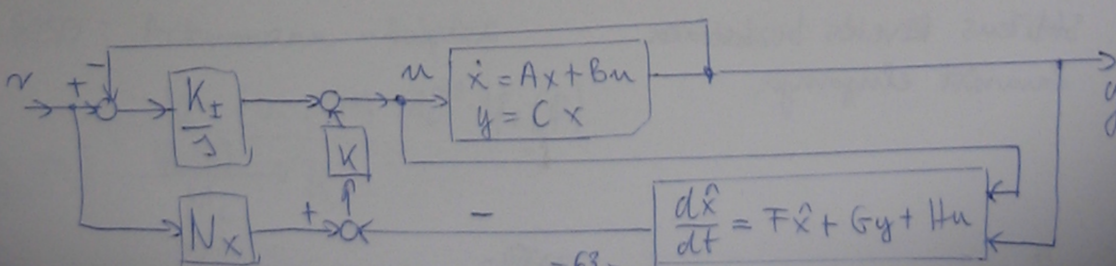
$$u = -\tilde{K}\tilde{x} = -\begin{bmatrix} K & K_I \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x \\ x_I \end{pmatrix} = -Kx - K_I \cdot x_I$$

$$(\tilde{A}, \tilde{B}) \xrightarrow[\tilde{M}_c]{\tilde{\varphi}_c(s)} \tilde{K} = \begin{bmatrix} K & K_I \end{bmatrix}$$

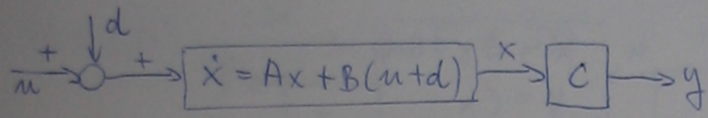
$$(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}) \longrightarrow \tilde{K} = \begin{bmatrix} K & K_I \end{bmatrix} \quad (AV)$$

$$(A, B, C) \longrightarrow F, G, H \quad (A'M)$$

$$(A, B, C) \longrightarrow N_x, \cancel{N_u}$$



Terhelésbecslés = bemeneten ható zavarás becslése



$d = \text{konstans} \Rightarrow \dot{d} = 0$ (konstans zavarás)

$x_d = d$ bővített állapot változó

$\dot{x}_d = 0$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ x_d \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x \\ x_d \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x \\ x_d \end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \\ y &= \tilde{C}\tilde{x} \end{aligned}$$

DE megfigyelhető.

Ez a rendszer nem irányítható!

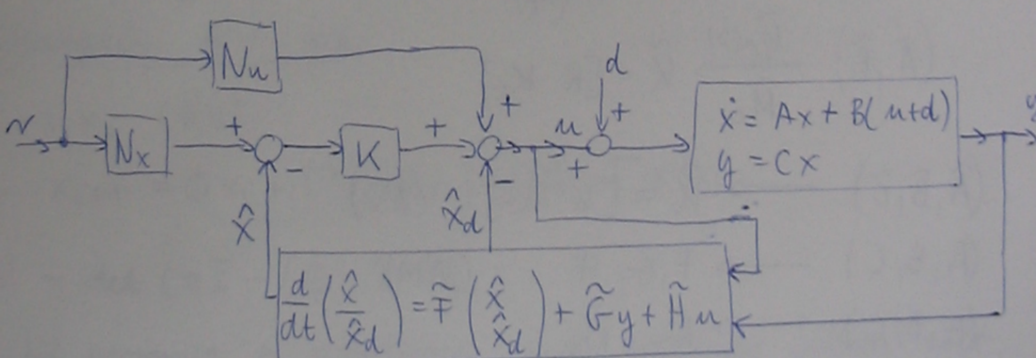
Nem lehet egy kívülről jövő jelet belülről irányítani, mert az jön magától!

$(A, B, C) \longrightarrow K$ (ÁV)

$(A, B, C) \longrightarrow N_x, N_u$

$(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}) \longrightarrow \tilde{F}, \tilde{G}, \tilde{H}$ (ÁM)

Séma:



Sztatikus követés biztosítása

Zavarást elnyomja

Diszkrét idejű szabályozások állapattérben

$$(A, B, C, D) \xrightarrow[T,\ 'zoh']{c2d} (\Phi, \Gamma, C, D)$$

$$\Phi = e^{AT}\ ; \quad \Gamma = \int_0^T e^{A\sigma} d\sigma\ B$$

$$x_{i+1} = \Phi x_i + \Gamma u_i$$
$$y_i = C x_i$$

$$M_c = [\Gamma \;\; \Phi\Gamma \;\dots\; \Phi^{n-1}\Gamma]$$

rank $M_c = n = \dim x$

(1) Teljes elérhetőség szükséges és elégséges feltétele.

(2) Teljes irányíthatóságnak csak elégséges feltétele. Szükséges is, ha $\exists\, \Phi^{-1}$. (Φ nem szinguláris)

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \\ \vdots \\ C\Phi^{n-1} \end{bmatrix} ; \text{ rank } M_o = n = \dim x$$

(1) Teljes megfigyelhetőségnek szükséges és elégséges feltétele.

(2) Teljes rekonstruálhatóságnak elégséges feltétele. Szükséges is, ha $\exists\, \Phi^{-1}$.

Pólus áthelyezés ÁV-sal

$$u_i = -K x_i \quad (\text{ÁV})$$

$$\text{ZR:} \quad x_{i+1} = \Phi x_i + \Gamma(-K x_i) = (\Phi - \Gamma K) x_i$$

$$\varphi_c(z) = \det(zI - (\Phi - \Gamma K)) \ ; \quad K = ?$$

Innentől ugyanaz a probléma, mint folytonos időben volt.

SISO: Ackermann-képlet

$$K = (0 \dots 0\, 1)\, M_c^{-1}\, \varphi_c(\Phi)$$

$$(\Phi, \Gamma) \xrightarrow[M_c]{\varphi_c(z)} K$$

Aktuális megfigyelő

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + Gy_i + Hu_{i-1}$$

$\tilde{x} = x - \hat{x} \to 0$ Becslési hibát szeretnénk, ha 0 lenne.

$$\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i = \Phi x_{i-1} + \Gamma u_{i-1} - F\hat{x}_{i-1} - Gy_i - Hu_{i-1} + (Fx_{i-1} - Fx_{i-1})$$

$$C(\underbrace{\Phi x_{i-1} + \Gamma u_{i-1}}_{x_i})$$

$$\tilde{x}_i = (\Phi - GC\Phi - F)x_{i-1} + (\Gamma - GC\Gamma - H)u_{i-1} + F(\underbrace{x_{i-1} + \hat{x}_{i-1}}_{\tilde{x}_{i-1}})$$

(1) $F = \Phi - GC\Phi$

(2) $H = \Gamma - GC\Gamma$

(3) $\tilde{x}_i = F\tilde{x}_{i-1}$ stabil és gyors kell legyen

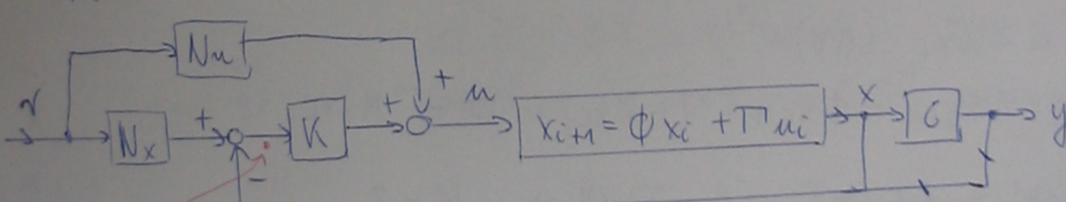
$$\varphi_o(z) = \det(zI - (\Phi - GC\Phi)) = \det(zI - (\Phi^T - \Phi^T C^T G^T)) \to G^T \to G$$

$$(\Phi, C)_I \to (\Phi^T, \Phi^T C^T)_{II} \xrightarrow[\varphi_o(z)]{} K_{II} \to G = K_{II}^T$$

$$F = \Phi - GC\Phi$$

$$H = \Gamma - GC\Gamma$$

Alapjel miatti korrekció



legyen nulla áll. állapotban

$\Rightarrow u_\infty - N_u r$

$N_x r = x_\infty$

$y_\infty = r$

Áll. állapot:

$$x_\infty = \Phi x_\infty + \Gamma u_\infty$$

$$(\Phi - I)x_\infty + \Gamma u_\infty = 0$$

$$y_\infty = Cx_\infty = \underbrace{CN_x}\, r = r \Rightarrow CN_x = I_m$$

$$(\Phi - I)x_\infty + \Gamma u_\infty = 0 = (\Phi - I)N_x r + \Gamma N_u r =$$

$$= [(\Phi - I)N_x + \Gamma N_u]\, r \Rightarrow (\Phi - I)N_x + \Gamma N_u = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & 0_{m\times m} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ X_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{bmatrix}$$

$N_x \in R^n$
$N_u \in R^m$
SISO : $N_u \in R^1$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & 0_{m\times m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{pmatrix}$$

$0_{n\times 1}$

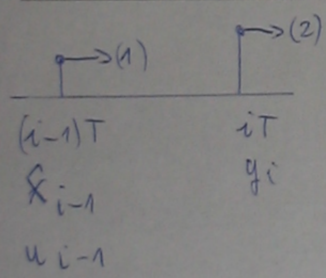
SISO esetben 1

Megfigyelő realizálása:

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + Gy_i + Hu_{i-1} =$$

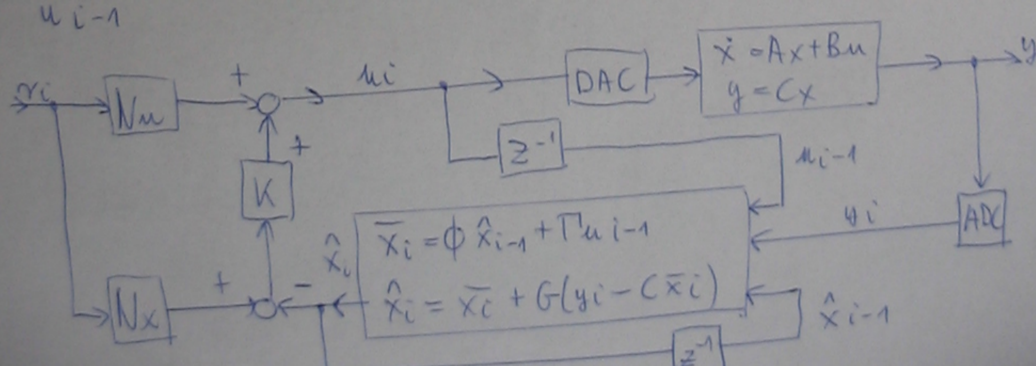
$$= (\underset{m}{\Phi} - GC\Phi)\hat{x}_{i-1} + Gy_i + (\underset{m}{\Gamma} - GC\Gamma)u_{i-1}$$

$$= \Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1} + G\{y_i - C(\Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1})\}$$



$(1)\quad \bar{x}_i = \Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1}$ time update

$(2)\quad \hat{x}_i = \bar{x}_i + G(y_i - C\bar{x}_i)$ measurement



Integráló szabályozás

$$x_I = \int y\,dt$$

$$x_{I,i+1} = x_{I,i} + T\underbrace{C x_i}_{y_i} \quad (LSR)$$

Állapotbővítés:

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ x_{I,i+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ TC & I_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u_i$$

$$y_i = [C \;\; 0] \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x}_{i+1} = \tilde{\Phi}\tilde{x}_i + \tilde{\Gamma} u_i$$

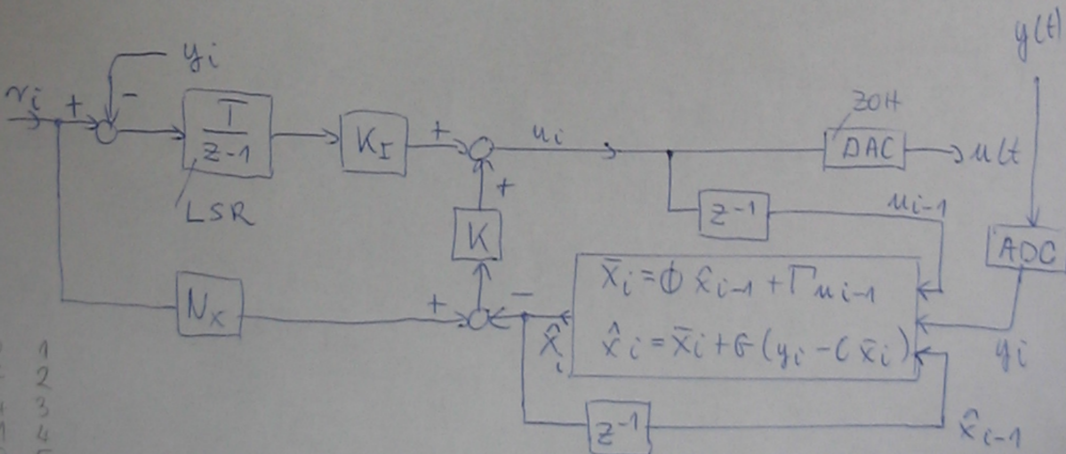
$$y_i = \tilde{C}\tilde{x}_i$$

$$u_i = -\tilde{K}\tilde{x}_i = -[K \;\; K_I] \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} = -K x_i - K_I x_{I,i}$$

$$(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}) \xrightarrow[\tilde{M}_c]{\tilde{\varphi}_c(z)} \tilde{K} = [K \;\; K_I]$$

$(\Phi, \Gamma, C) \longrightarrow F, G, H$ (ÁM aktuális)

$(\Phi, \Gamma, C) \longrightarrow N_x$, ~~$N_u$~~



0–20	1
21–27	2
28–34	3
35–41	4
42–50	5

Diszkrét állapottér már nem lesz!
ZH kérdések az ellenőrző kérdésekből! 1-5 gyakig
10 kérdés lesz: 10×5p = 50 pont