

Név: Alíráás:

Információfeldolgozás zárthelyi

1. Egy mérőhajó a tó belseje felé haladva kb. 3 méterenként leenged egy mérőönt, és megméri a fenék mélységét, azután kb. 5 méterenként arrébb újra befelé indulva ezt megismétli. Ez egyfajta mintavételezés. Mít gondol, megfelelő-e ez a tófenék pontos feltérképezéséhez? Hogyan lehetne ezt ellenőrizni?

2 pont

Amennyiben a fenék mélysége nem változik túl gyorsan (például mélyebb részei), a mintavételezés megfelelő lehet.
 A mérés helyességét sürűbb mintavétellel lehetne ellenőrizni. Ha kevés ~~csak~~ a teljes tófenék sürűbb mintavételezése az erőforrás, érdemes ~~csak~~ legalább a parthoz közel kisméni (ha nincs bitünetelt érdeklődés), mert itt valószínűbb, hogy hirtelen ~~elkülönül~~ változik.

2. Egy tranzienis jelet $f_m = 2$ kHz mintavételi frekvenciával mintavételezünk. $N = 256$ mintát veszünk, majd DFT-t hajtunk végre.

a) Milyen messze vannak egymástól az egyes kiszámolt spektrumértékek megfelelői Hz-ben?

b) Megfigyelhető-e valamilyen szimmetria a DFT-ben?

a) $\Delta f = \frac{f_m}{N} = \frac{2 \text{ kHz}}{256} = \frac{2000}{256} \approx 7,81 \text{ Hz}$

2 pont

b) A pozitív és a negatív frekvenciákhoz tartozó komponensek komplex konjugált párokat alkotnak.

3. Egy sztochasztikus folyamat autokorrelációs függvénye

$R(\tau) = 4V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5 \text{kHz} \cdot \tau) + 1V^2$. Adja meg a következőket:

a) szórás

b) autokovariancia-függvény

c) várható érték

a) $\sigma^2 = 2V$

b) $C(\tau) = 4V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5 \text{kHz} \cdot \tau)$

c) $\mu = V$

2 pont

4. Egy valószínűségi változó középértéke kb. 100-110, szórása kb. 2-2,5. N mintaértéket veszünk. Mit gondolsz a következő középérték-becslőkről?

2 pont $A \hat{\mu}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ $B \hat{\mu}_2 = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}}$ $C \hat{\mu}_3 = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i}$

- 1
- számítási igény $A < C < B$ (nagyértékű N esetén)
- mindhárom aszimptotikusan torzítatlan, mert $N \rightarrow \infty$ esetén $\mu = \hat{\mu}$

5. Egy $f_0 = 2$ kHz-es szinuszelet a mintavételi tételt betartva, koherensen mintavételezünk. A mintavételezett sorozat DFT-je $N = 1024$ pontból áll (1, 2, ..., 1024. pont), és a transzformált sorozat 11. elemében van egy nagyobb csúcs.

- a) Mennyi lehetett a mintavételi frekvencia?
b) Van-e a DFT eredményében még egy csúcs? Hányadik pontban?

2 pont $f_0 = \frac{10}{N} \cdot f_m \rightarrow f_m = \frac{f_0 N}{10} = \frac{2 \cdot 1024}{10} \approx 204,8 \text{ kHz}$

1
c) Lételik még egy csúcs, az 1013. pontban.

6. Miért szokás az átlapolásgátló szűrő átteresztő tartományának szélét inkább a mintavételi frekvencia negyedére, és nem a felére választani?

2
Mivel nem tudunk ideális aluláteresztő szűrőt készíteni, a szűrő spektruma a mintavétel miatt átlapolódik. Ha az átteresztő tartomány szélét a mintavételi frekvencia negyedére választjuk, a mintavételi frekvencia feléig eléri azt az elnyomási tartományt, ahol az átlapolódás határa már 0-nak tekinthető.

2 pont

2

7. A szinuszjel teljesítmény-sűrűségfüggvénye Dirac-delta, a zajé véges függvény. Eszerint ha a szinusz frekvenciája környékén egy nagyon szelektív sávszűrővel mérünk, a jel/zaj viszony a sávszűrő sávzélességének csökkentésével korlátlanul növelhető. Igaz-e ez, miért?

Elvibeiben igaz. Gyakorlatban ennek a "műve" ("nagyon szelektív sávszűrő") csak határt. Az ideális sávszűrőt csak közelíteni tudjuk még digitális tartományban is. Minél kisebbre választjuk a Δf sávnyitást az átengedő tartományban, annál inkább megjelenik egy Gibbs-hatáshoz hasonló effektus, és ez megnehezíti a mérést.

2 pont

2

8. Hogyan definiáltuk a tranziens jeleket?

Tranziens jel: olyan determinisztikus, nem-periodikus jel, mely abszolút integrálható, elég nagy T választásra esetén $x(t+T) = 0$.
 - véges energiatarthatmú

↓
Fourier transzformálható

2 pont

2

9. Írja fel a véletlen fázisú, $A = 3$ V csúcsértékű, 5 kHz-es szinuszjel autokorrelációs függvényét.

$$R(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f \tau) + \frac{A^2}{\pi} \cdot 0 = 4,5 \cdot \cos(2\pi \cdot 5 \text{ kHz} \cdot \tau) \text{ [V]}$$

erőteljes →

10. Mit jelent az, hogy két valószínűségi változó független? (mi nulla, mi egyenlő stb.)

2 pont
az együttes
eloszlásuk
tartarja

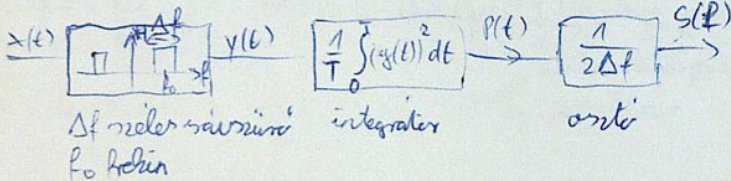
együttes eloszlásuk az eloszlások szorzata = $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$ ✓
 kovariancia és korrelációs mátrixuk a főátló kivételével csak 0-t tartalmaznak
 Kovariancia ✓

2

11. Milyen elveken lehet megmérni a teljesítmény-sűrűségfüggvényt? Sorolja fel mind a hármat.

2 pont

1. Az alábbi struktúrával (struktúrákat csak frekvenciafüggvényekkel, a jel fel/lekeverésével, ill. mérőelőkörökkel, esetleg komplex jel mérési feldobozással)



2. Közvetlenül a mintából korreláció számítással: $\mathcal{F}\{R(\tau)\} = S(f)$ ✓

3. Spektrumanalízist végző mérés végrehajtása, majd a $T = \frac{N}{f_m}$ érték idővel osztva.

$$S(f) = \frac{1}{T} \cdot E_N(f) = \frac{1}{T} |Y_N(f)|^2$$

↑
N mintánál mért

22 pont
egfelelt:
ponttól

ővizsga:
ponttól

220p

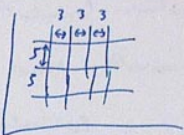
Név: Alíírás:

Információfeldolgozás zárthelyi

1. Egy mérőhajó a tó belseje felé haladva kb. 3 méterenként leenged egy mérőónt, és megméri a fenék mélységét, azután kb. 5 méterenként arrébb újra befelé indulva ezt megismétli. Ez egyfajta mintavételezés. Mit gondolsz, megfelelő-e ez a tófenék pontos feltérképezéséhez? Hogyan lehetne ezt ellenőrizni?

2 pont

Allam az esetben lehet az az előírás is megfelelő,
 ha a tófenéken tapasztalható ~~vala~~ mintavétel-
 változása az 5 m ~~mintavételi~~ ~~közös~~ ~~távolsághoz~~ ~~szépsé~~
 kéllően nagy, azaz ~~mintavételi~~ ~~távolság~~ ~~távol~~ ~~hossz~~ ~~szépsé~~
 előfordulhat a víz hullámmára is. Ma egy náboron rosszul ~~mintavételre~~
 nem tapasztalunk jelentős eltéréseket, feltételezhető hogy a mintavételezés megfelelő.
~~szívben~~



2. Egy tranziens jelet $f_m = 2$ kHz mintavételi frekvenciával mintavételezünk. $N = 256$ mintát veszünk, majd DFT-t hajtunk végre.

- a) Milyen messze vannak egymástól az egyes kiszámolt spektrumértékek megfelelői Hz-ben?
- b) Megfigyelhető-e valamilyen szimmetria a DFT-ben?

2 pont

$$\Delta f = \frac{f_m}{N} = \frac{2000}{256} \approx 7.81 \text{ Hz}$$

$$X_i = X_{N-i}^* \quad \text{komplex konjugált szimmetria}$$

3. Egy sztochasztikus folyamat autokorrelációs függvénye

$$R(\tau) = 4V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5 \text{kHz} \cdot \tau) + 1V^2. \text{ Adja meg a következőket:}$$

- a) szórás
- b) autokovariancia-függvény
- c) várható érték

2 pont

$$R(0) = \sigma_x^2 = 4 + 1 = 5 V^2 \quad \text{rité} (0) = 1$$

$$R(\infty) = \mu_x^2 = 1 V^2 \quad \text{rité} (\infty) = 0$$

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 - \mu_x^2 = 4 V^2 \quad \sigma = 2 V$$

$$C(\tau) = R(\tau) - \mu_x^2 = 4V^2 \text{sinc}(2\pi \cdot 5 \text{kHz} \tau)$$

$$\mu_x = 1 V$$

2 pont

7. A szinuszjel teljesítmény-sűrűségfüggvénye Dirac-delta, a zajé véges függvény. Eszerint ha a szinusz frekvenciája környékén egy nagyon szelektív sávszűrővel mérünk, a jel/zaj viszony a sávszűrő sávzélességének csökkentésével korlátlanul növelhető. Igaz-e ez, miért?

A jel/zaj viszony nem növelhető korlátlanul, mert a szűrő selektivitásának növelése során elől-utólsó megvalósítási esordokba utalóan, amelyek korlátozzák a sávzélességet.

2 pont

8. Hogyan definiáltuk a tranziens jeleket?

Tranziens jelnek a Fourier-transzformálható, azaz abszolút integrálható jeleket nevezik:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$$

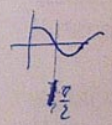
2 pont

9. Írja fel a véletlen fázisú, A = 3 V csúcsértékű, 5 kHz-es szinuszjel autokorrelációs függvényét.

$x(t) = A \cdot \sin(2\pi f t)$

f = 5 kHz

$\tau = 0 \rightarrow E\{\sin^2(\pi)\} = \frac{1}{2}$
 0°-es fázis → $E\{\sin(\pi)\} = 0$



$$R(\tau) = E\{x(t) \cdot x(t+\tau)\} = E\{A^2 \sin(2\pi f t) \cdot \sin(2\pi f (t+\tau))\} =$$

$$= A^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} 4f \tau\right) =$$

$$= A^2 \cdot \cos(2\pi f \tau)$$

$\rightarrow 2\pi f t + 2\pi f \tau$
 $= \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} = 2\pi f \tau$
 $\tau = \frac{1}{4f}$

A A

10. Mit jelent az, hogy két valószínűségi változó független? (mi nulla, mi egyenlő stb.)

2 pont

Két valószínűségi változó ~~független~~ ~~független~~
függetlensége esetén ~~függetlensége esetén~~

~~az~~ az ~~együtt~~ együttes sűrűségfüggvény felírható a val. változók sűrűségfüggvényeivel
nonatácut : $f(x,y) = f(x) \cdot f(y)$.

Ugyanez igaz a döntési. ebe is : $F(x,y) = F(x) F(y)$

11. Milyen elveken lehet megmérni a teljesítmény-sűrűségfüggvényt? Sorolja fel mind a hármat.

2 pont

1, Fourier-transzformált alapján : $S(f) = X(f) \cdot \overline{X(f)}$

2, Autokorrelációs fv. Fourier transzformálásával : $S(f) = \mathcal{F}\{R(\tau)\}$

22 pont

egfelelt:
ponttól